



Desafíos matemáticos

Libro para el maestro

Quinto grado

Desafíos matemáticos

Quinto grado

Libro para el maestro

Desafíos matemáticos. Libro para el maestro. Quinto grado fue coordinado y editado por la Subsecretaría de Educación Básica de la Secretaría de Educación Pública.

Secretario de Educación Pública

Aurelio Nuño Mayer

Subsecretario de Educación Básica

Javier Treviño Cantú

Dirección General de Materiales Educativos

Responsables de contenido

Mauricio Rosales Ávalos (coordinador), Javier Barrientos Flores, Esperanza Issa González, María Teresa López Castro, María del Carmen Tovilla Martínez, Laurentino Velázquez Durán

Colaboradores

Daniel Morales Villar, Ana Cecilia Franco Mejía

Equipo nacional de asesores de la asignatura de Matemáticas para primaria y secundaria

Leticia Torres Soto, Julio César Santana Valdez, Jesús Adrián Alcántar Félix, Rubén de León Espinoza, José Sixto Barrera Avilés, José Antonio Flores Cota, Miguel Simón Flores Navarrete, José Guillermo Valdizón Arrieta, Javier Larios Noguera, Gerardo Camacho Lemus, Juan Antonio Ayoubé Rosales, Manuel Romero Contreras, Eufrosina María Guadalupe Flores Barrera, Santos Arreguín Rangel, Paz Georgina Hernández Medina, María Cobián Sánchez, José Martín García Rosales, Carlos Rafael Gutiérrez Saldívar, María del Rosario Licea García, Luis Alfonso Ramírez Santiago, Tito García Agustín, José Matilde Santana Lara, Andrés Soberano Gutiérrez, Jesús Antonio Ic Sandy, María Guadalupe Bahena Acosta, Guadalupe López Duarte, Sara Leticia López Sánchez, José Carlos Valdez Hernández, Lizeth Corona Romero, Enrique Constantino Portilla, Leopoldo Froilán Barragán Medina, Alba Citlali Córdova Rojas, María Teresa Adriana Fonseca Cárdenas

Portada

Diseño: Ediciones Acapulco

Ilustración: *La Patria*, Jorge González Camarena, 1962
Óleo sobre tela, 120 x 160 cm

Colección: Conaliteg

Fotografía: Enrique Bostelmann

Dirección editorial

Patricia Gómez Rivera

Coordinación editorial

Mario Aburto Castellanos, Olga Correa Inostroza

Cuidado de la edición

Antonio Adalberto Cravioto Batarse

Lectura ortotipográfica

Sonia Ramírez Fortiz

Producción editorial

Martín Aguilar Gallegos

Formación

Fabiola Eunice de la Cruz García

Iconografía

Diana Mayén Pérez

Ilustración

Bloque I: Víctor Sandoval; Bloque II: Manolo Soler; Bloque III: Juan José López; Bloque IV: Herenia González; Bloque V: Blanca Nayeli Barrera

Mapa de la Red de Estaciones del Metro, Sistema de Transporte Colectivo

Desafíos matemáticos. Libro para el maestro. Quinto grado
se imprimió por encargo
de la Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos,
en los talleres de
con domicilio
en el mes de de 2016.
El tiraje fue de ejemplares.

Primera edición, 2013

Segunda edición, 2014

Segunda reimpresión, 2015

Versión electrónica, 2016 (ciclo escolar 2016-2017)

D. R. © Secretaría de Educación Pública, 2014

Argentina 28, Centro,
06020, Ciudad de México

ISBN: 978-607-514-783-3

Impreso en México

DISTRIBUCIÓN GRATUITA-PROHIBIDA SU VENTA

En los materiales dirigidos a las educadoras, las maestras, los maestros, las madres y los padres de familia de educación preescolar, primaria y secundaria, la Secretaría de Educación Pública (SEP) emplea los términos: niño(s), adolescente(s), jóvenes, alumno(s), educadora(s), maestro(s), profesor(es), docente(s) y padres de familia aludiendo a ambos géneros, con la finalidad de facilitar la lectura. Sin embargo, este criterio editorial no demerita los compromisos que la SEP asume en cada una de las acciones encaminadas a consolidar la equidad de género.

Agradecimientos

La Secretaría de Educación Pública (SEP) extiende un especial agradecimiento a la Academia Mexicana de la Lengua por su participación en la revisión de la segunda edición 2014.



La Patria (1962),
Jorge González
Camarena.

Esta obra ilustró la portada de los primeros libros de texto. Hoy la reproducimos aquí para que tengas presente que lo que entonces era una aspiración, que los libros de texto estuvieran entre los legados que la Patria deja a sus hijas y sus hijos, es hoy una meta cumplida.

A seis décadas del inicio de la gran campaña alfabetizadora y de la puesta en marcha del proyecto de los libros de texto gratuitos, ideados e impulsados por Jaime Torres Bodet, el Estado mexicano, a través de la Secretaría de Educación Pública, se enorgullece de haber consolidado el principio de gratuidad de la educación básica, consagrado en el artículo tercero de nuestra Constitución, y distribuir a todos los niños en edad escolar los libros de texto y materiales complementarios que cada asignatura y grado de educación básica requieren.

Los libros de texto gratuitos son uno de los pilares fundamentales sobre los cuales descansa el sistema educativo de nuestro país, ya que mediante estos instrumentos para construir conocimiento se han forjado en la infancia los valores y la identidad nacional. Su importancia radica en que a través de ellos el Estado ha logrado, en el pasado, acercar el conocimiento a millones de mexicanos que vivían marginados de los servicios educativos, y en el presente, hacer del libro un entrañable referente gráfico, literario, de apoyo para el estudio, de cultura nacional y universal para todos los alumnos. Así, cada día se intensifica el trabajo para garantizar que los niños de las comunidades indígenas de nuestro país, de las ciudades, los niños que tienen baja visión o ceguera, o quienes tienen condiciones especiales, dispongan de un libro de texto acorde con sus necesidades. Como materiales educativos y auxiliares de la labor docente, los libros que publica la Secretaría de Educación Pública para el sistema de educación básica representan un instrumento valioso que apoya a los maestros de todo el país, del campo a la ciudad y de las montañas a los litorales, en el ejercicio diario de la docencia.

El libro ha sido, y sigue siendo, un recurso tan noble como efectivo para que México garantice el derecho a la educación de sus niños y jóvenes.

Secretaría de Educación Pública

Visita nuestro portal en <<http://basica.sep.gob.mx>>.

Introducción	7
---------------------------	---

Bloque I

1. ¿Cuánto es en total?	10
2. ¿Sumar o restar?	13
3. ¿Cuántas cifras tiene el resultado?	15
4. Anticipo el resultado	17
5. Bolsitas de chocolate	20
6. Salón de fiestas	23
7. Paralelas y perpendiculares	25
8. Descripciones.	28
9. Diferentes ángulos	30
10. La colonia de Isabel	33
11. ¿Cómo llegas a...?	37
12. Litros y mililitros	40
13. Mayoreo y menudeo.	44
14. Unidades y periodos.	47
15. ¿Mañana o noche?	52
16. Línea del tiempo	58
17. Botones y camisas	62
18. La fonda de la tía Chela	65
19. ¿Qué pesa más?	67

Bloque II

20. ¿Qué tanto es?	70
21. ¿A cuánto corresponde?	73
22. ¿Cuánto es?	78
23. ¿Es lo mismo?	82
24. En partes iguales.	86
25. Repartir lo que sobra	90
26. Tres de tres.	93
27. Todo depende de la base	95
28. Bases y alturas.	97
29. Y en esta posición, ¿cómo queda?	99
30. Cuadrados o triángulos	102
31. El romboide	105
32. El rombo	109
33. El ahorro	112

34. Factor constante	115
35. Tablas de proporcionalidad	117

Bloque III

36. ¿Cuál es mayor?	120
37. Comparación de cantidades	124
38. ¡Atajos con fracciones!	127
39. ¡Atajos con decimales!	129
40. Los botones	131
41. Con la calculadora	133
42. Con lo que te queda	135
43. ¿Cómo es?	138
44. ¿Todos o algunos?	142
45. ¡Manotazo!	145
46. ¿Cómo llego?	147
47. Dime cómo llegar	149
48. ¿Cómo llegamos al Zócalo?	151
49. La ruta de los cerros	154
50. Divido figuras	156
51. ¿Qué cambia?	159
52. Armo figuras	162
53. Unidades de superficie	167
54. Unidades agrarias	170
55. Un valor intermedio	173
56. Ahorro compartido	176
57. Más problemas	179

Bloque IV

58. Número de cifras	182
59. Los números romanos	186
60. Sistema egipcio	189
61. Patrones numéricos	192
62. Uso de patrones	194
63. Una escalera de diez	196
64. Uno y medio con tres	199
65. Adivinanzas	202
66. Corrección de errores	205
67. ¿Cuál de todos?	210

68. Banderas de América	213
69. ¿Cuánto mide?	217
70. Hagámoslo más fácil	219
71. Abreviemos operaciones.	222
72. Equivalencias	226
73. El litro y la capacidad.	231
74. Más unidades para medir	234
75. La venta de camisas	237
76. ¿Qué tanto leemos?	240
77. Información gráfica.	243

Bloque V

78. ¿En qué se parecen?	248
79. Es más fácil.	253
80. ¿A quién le toca más?	256
81. El robot	259
82. ¿Cuál es el patrón?	261
83. Un patrón de comportamiento	268
84. La papelería	271
85. ¿Qué hago con el punto?	273
86. La excursión	275
87. La misma distancia	277
88. Antena de radio.	280
89. Relaciones con el radio	283
90. Diseños circulares	286
91. ¿Dónde me siento?	292
92. Batalla aérea	295
93. Dinero electrónico	297
94. La mejor tienda	299
95. En busca de descuentos	301
96. Recargos	304
97. Vamos por una beca	307
98. ¿A todos les va igual?	310

El 26 de febrero de 2013 fue publicado en el *Diario Oficial de la Federación* el Decreto por el que se reforman los artículos 3º y 73 de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos. El espíritu de las reformas constitucionales puede explicarse en términos del derecho que tienen todos los niños y jóvenes mexicanos a recibir una educación de calidad con equidad.

Para garantizar la calidad, como lo señala la ley, es necesario cambiar la cultura de la planificación. Se aspira a que los profesores tengan claro qué les van a plantear a sus alumnos para que éstos busquen alternativas de resolución, experimenten, analicen, redacten, busquen información, etcétera. Se trata entonces de que el profesor proponga actividades para que los alumnos, con su ayuda, estudien, produzcan resultados y los analicen. Este modelo se centra en las actividades que el docente prepara previamente (planea), para que con base en ellas los alumnos produzcan conocimiento.

La Subsecretaría de Educación Básica, consciente de las bondades que encierra el postulado descrito anteriormente para mejorar las prácticas de enseñanza y los aprendizajes de los alumnos, proporciona el siguiente material, *Desafíos matemáticos*, a los docentes y directivos de las escuelas primarias, para acompañarlos en esta empresa. Los contenidos del libro originalmente fueron elaborados por un grupo de docentes de todas las entidades federativas bajo la coordinación del equipo de matemáticas de la Dirección General de Desarrollo Curricular, perteneciente a la Subsecretaría de Educación Básica de la SEP.

En este material destacan las siguientes características.

- Contiene desafíos intelectuales vinculados al estudio de las matemáticas, que apoyan la labor diaria de los docentes.
- Está apegado al programa oficial y cubre todos los contenidos.
- Tiene un formato ágil para que los maestros analicen los desafíos previamente a su puesta en práctica en el aula.
- Fue elaborado por docentes con un conocimiento amplio y profundo sobre la didáctica de las matemáticas, y se tomó en cuenta la experiencia del trabajo en las aulas.
- Es un material probado por un gran número de supervisores, directores y docentes de educación primaria en el Distrito Federal.

Desafíos matemáticos se utiliza en los seis grados de educación primaria. En cada uno de los libros para el docente los desafíos se presentan organizados en cuatro secciones fundamentales.

- **Intención didáctica.** En este apartado se describe el tipo de recursos, ideas, procedimientos y saberes que se espera pongan en juego los alumnos ante la necesidad de resolver el desafío que se les plantea. Dado que se trata de una anticipación, lo que ésta sugiere no necesariamente sucederá, en cuyo caso hay que reformular la actividad propuesta.
- **Consigna.** Se muestra la actividad o problema que se va a plantear, la organización de los alumnos para realizar el trabajo (individualmente, en parejas, en equipos o en grupo) y, en algunos casos, lo que se permite hacer o usar y también lo que no se permite. La consigna en cada desafío aparece en la reproducción de la página del libro del alumno.

- **Consideraciones previas.** Contiene elementos para que el docente esté en mejores condiciones de apoyar a los alumnos en el análisis de las ideas que producirán, como explicaciones breves sobre los conceptos que se estudian, posibles procedimientos de los alumnos, dificultades o errores que quizá enfrenten, sugerencias para organizar la puesta en común y preguntas para profundizar el análisis, entre otros.
- **Observaciones posteriores.** Se anotan en cada uno de los desafíos con la intención de que el docente reflexione sobre su propia práctica y sobre la eficacia de la consigna. Para ello conviene que registre de manera ordenada su experiencia directa en la puesta en práctica de los desafíos. Las preguntas están orientadas a la recopilación de la información sobre las dificultades y los errores mostrados por los alumnos al enfrentar el desafío, la toma de decisiones del propio docente para ayudarlos a seguir avanzando y, a partir de los resultados obtenidos en la resolución de las actividades, el señalamiento de mejoras a la consigna para aumentar las posibilidades de éxito en futuras aplicaciones. Se sugiere utilizar un cuaderno especial para el registro de las observaciones posteriores y, si se considera pertinente, enviarlas a este correo electrónico: desafios.matematicas.primaria@sep.gob.mx, con la finalidad de contribuir a la mejora de este libro.

Para que el uso de este material arroje los resultados que se esperan, es necesario que los docentes consideren las siguientes recomendaciones generales.

- Tener confianza en que los alumnos son capaces de producir ideas y procedimientos propios sin necesidad de una explicación previa por parte del maestro. Esto no significa que todo tiene que ser descubierto por los alumnos; en ciertos casos las explicaciones del docente son necesarias para que los estudiantes puedan avanzar.
- Hay que aceptar que el proceso de aprender implica marchas y contramarchas; en ocasiones, ante un nuevo desafío los alumnos regresan a procedimientos rudimentarios que en apariencia habían sido superados. Hay que trabajar para que se adquiera la suficiente confianza en el uso de las técnicas que se van construyendo.
- El trabajo constructivo que se propone con el uso de este material no implica hacer a un lado los ejercicios de práctica; éstos son necesarios hasta lograr cierto nivel de automatización, de manera que el esfuerzo intelectual se utilice en procesos cada vez más complejos. Dado que los aprendizajes están anclados a conocimientos previos, se pueden reconstruir en caso de olvido.
- El hecho de que los docentes usen este material para plantear desafíos a sus alumnos significará un avance importante, sin lugar a dudas, pero sólo será suficiente si se dedica el tiempo necesario para analizar y aclarar las ideas producidas por los alumnos, es decir, para la puesta en común.
- Para estar en mejores condiciones de apoyar el estudio de los alumnos, es trascendental que el docente, previamente a la clase, resuelva el problema de la consigna, analice las consideraciones previas y realice los ajustes que considere necesarios.

La Secretaría de Educación Pública confía en que este material resultará útil a los docentes y que, con sus valiosas aportaciones, podrá mejorarse en el corto plazo y así contar con una propuesta didáctica cada vez más sólida para el estudio de las matemáticas.

Bloque I



Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que impliquen sumar fracciones con diferentes denominadores, distinguiendo cuando son múltiplos o divisores entre sí, para, en ese caso, utilizar fracciones equivalentes.

Contenido

Resolución de problemas que impliquen sumar o restar fracciones cuyos denominadores son múltiplos uno de otro.

Consigna 1

En parejas, lean la siguiente tabla y con base en la información contesten las preguntas.

En la cocina económica Siempre sabroso, las cocineras anotaron en el pizarrón la cantidad de queso que se empleó durante el día para preparar los alimentos y así saber si era necesario comprar más queso para los demás días.

	Queso oaxaca	Queso chihuahua
Sopas	$\frac{1}{2}$ kg	
Quesadillas	$\frac{4}{6}$ kg	$\frac{1}{2}$ kg
Aderezos		$\frac{7}{8}$ kg
Botana	$\frac{1}{3}$ kg	$\frac{3}{4}$ kg

a) ¿Cuánto queso oaxaca se usó al término del día?

b) ¿Cuánto queso chihuahua se usó al término del día?

c) Si compraron $2\frac{1}{2}$ kg de queso oaxaca, ¿cuánto quedó al final del día?

- d) El costo por kilo de queso chihuahua es de \$78.00. El total de queso comprado el día de ayer fue de \$195.00. ¿Qué fracción del total de queso chihuahua queda?
-

Consigna 2

Individualmente, resuelve los siguientes problemas. Al terminar compara tus respuestas con las de tu compañero de equipo.

1. Claudia compró primero $\frac{3}{4}$ kg de uvas y luego $\frac{1}{2}$ kg más. ¿Qué cantidad de uvas compró en total?

2. Para hacer los adornos de un traje, Luisa compró $\frac{2}{3}$ m de listón azul y $\frac{5}{6}$ m de listón rojo. ¿Cuánto listón compró en total?

3. Pamela compró un trozo de carne. Usó $\frac{3}{8}$ kg de ese trozo para preparar un guisado y sobró $\frac{3}{4}$ kg. ¿Cuánto pesaba originalmente el trozo de carne que compró?



Consideraciones previas

En la consigna 1 se espera que los alumnos determinen que el denominador al que les conviene convertir las fracciones es 6, pues sólo tendrían que convertir dos fracciones y sumarlas a la que está dada en sextos. Sin embargo, si buscaran otro denominador común y cambiaran las tres fracciones, habría que dejarlos continuar por ese camino hasta que llegaran a la conclusión de que el otro les podía resultar más corto. Esta reflexión puede surgir cuando vean que otro equipo trabajó con el denominador 6, o bien cuando obtengan su resultado y, al simplificarlo, lleguen a $\frac{9}{6}$ o $1\frac{3}{6}$ o $1\frac{1}{2}$.

Para responder la última pregunta de esta consigna, tendrán que determinar cuántas veces cabe 78 en 195, con lo cual sabrán que se compraron 2.5 kg ($2\frac{1}{2}$ kg), y restarán a esta cantidad el resultado de sumar lo empleado al término del día.

La consigna 2 puede trabajarse en otro momento, con la intención de ver los caminos que se utilizan para su solución.

Es importante aclarar que no se pretende que recurran al algoritmo tradicional para obtener el mínimo común múltiplo (éste se estudiará en secundaria con mayor detenimiento), sino que se den cuenta de que pueden encontrar fracciones equivalentes que les permitan hacer fácilmente las operaciones.

Conceptos y definiciones

Las *fracciones equivalentes* tienen el mismo valor aun cuando se escriban de manera diferente; por ejemplo: $\frac{2}{4}$ es igual a $\frac{1}{2}$ o $\frac{4}{8}$.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que impliquen restar y sumar fracciones con distintos denominadores (donde uno es múltiplo del otro), utilizando fracciones equivalentes.

Consigna

En equipos de tres integrantes, resuelvan los siguientes problemas.

1. De una cinta adhesiva de $2\frac{1}{3}$ m, gasté $\frac{3}{6}$ m. ¿Qué cantidad de cinta me quedó?

2. En el grupo de quinto grado, los alumnos practican tres deportes: $\frac{1}{3}$ del grupo juega fútbol, $\frac{2}{6}$ juegan basquetbol y el resto, natación. ¿Qué parte del grupo practica natación?

3. La mitad del grupo votó por Amelia y la tercera parte votó por Raúl. ¿Qué parte del grupo no votó?

**Contenido**

Resolución de problemas que impliquen sumar o restar fracciones cuyos denominadores son múltiplos uno de otro.

Consideraciones previas

Se espera que los alumnos resuelvan los problemas con relativa facilidad, dado que cuentan con los recursos necesarios; sin embargo, es importante observarlos, ya que pueden cometer algunos errores.

Un elemento que ocasiona dificultad en la resolución de este tipo de operaciones son las fracciones mixtas. Muchas veces los alumnos no saben en qué situaciones deben tomar en cuenta este aspecto y en cuáles no es necesario. Este conocimiento se adquiere con la práctica y comprensión; por tanto, conviene que se enfrenten a problemas de este tipo.

Por otra parte, es necesario que los alumnos tengan claro que: $1 = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \frac{9}{9}$..., etcétera, con lo cual entenderán cómo pasar de un número mixto a una fracción mayor que uno. Así, si en el primer problema tienen dificultad para convertir la fracción mixta en fracción común, es importante hacerlos reflexionar acerca de lo anterior para que se den cuenta de que si en un entero hay $\frac{3}{3}$, en dos enteros hay $\frac{6}{3}$, y si a esta cantidad le suman $\frac{1}{3}$, obtendrán $\frac{7}{3}$ o $\frac{14}{6}$, de los que es posible restar $\frac{3}{6}$.

En el caso del problema 2, es probable que algunos alumnos den como respuesta $\frac{4}{6}$ o $\frac{2}{3}$, que resultan de sumar $\frac{1}{3} + \frac{2}{6}$. Si esto sucede, hay que pedirles que validen su respuesta; seguramente caerán en la cuenta de que falta restar este resultado a la unidad, $\frac{6}{6}$. En este problema, la respuesta puede ser $\frac{2}{6}$ o $\frac{1}{3}$. Si los alumnos dan ambas respuestas, puede preguntarles si consideran que alguna es incorrecta, con la finalidad de reforzar su conocimiento o detectar si aún existen fallas, y trabajar en ellas.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos determinen el número de cifras del cociente de números naturales y que estimen su valor sin utilizar el algoritmo convencional.

Consigna

En equipos, determinen el número de cifras del cociente de las siguientes divisiones, sin hacer las operaciones. Argumenten sus resultados.

División	Número de cifras del resultado
$837 \div 93 =$	
$10\,500 \div 250 =$	
$17\,625 \div 75 =$	
$328\,320 \div 380 =$	
$8\,599\,400 \div 950 =$	

Ahora, estimen los resultados de las siguientes divisiones; aproxímenlos a la decena más cercana, sin realizar las divisiones. Argumenten sus resultados.

División	Estimación del resultado
$3\,380 \div 65 =$	
$3\,026 \div 34 =$	
$16\,800 \div 150 =$	
$213\,280 \div 860 =$	

**Contenido**

Anticipación del número de cifras del cociente de una división con números naturales.

Consideraciones previas

Una herramienta útil para obtener el número de cifras del cociente de una división con números naturales es la multiplicación del divisor por potencias de 10. Por ejemplo, el resultado de la división $17\,625 \div 75$ tiene tres cifras, porque $75 \times 100 = 7\,500$ y $75 \times 1\,000 = 75\,000$, así que el cociente es mayor que 100 pero menor que 1000; por lo tanto tendrá tres cifras.

Para estimar los cocientes, además de determinar el número de cifras es necesario aplicar propiedades de las operaciones estudiadas en otros grados; por ejemplo, el cociente de la división $3\,380 \div 65$ tiene dos cifras, porque $65 \times 10 = 650$ y $65 \times 100 = 6\,500$, de manera que el cociente es mayor que 10 pero menor que 100. Además, puede advertirse que si 6 500 se reduce a la mitad, se obtiene 3 250, valor muy aproximado al dividendo; por lo tanto, el cociente es un valor muy cercano a 50, lo cual es resultado de reducir a la mitad también el factor 100.

Conceptos y definiciones

El *cociente* es el resultado que se obtiene al dividir un número entre otro.

$$12 \div 3 = 4 \text{ (4 es el cociente)}$$

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

4

Anticipo el resultado

Intención didáctica

Que los alumnos seleccionen el resultado exacto de divisiones de números naturales, haciendo uso de diversos procedimientos, sin utilizar el algoritmo.

4

Anticipo el resultado

Consigna

En parejas, coloquen una ✓ en el resultado de las siguientes divisiones. Calcúlenlas mentalmente. En las líneas escriban lo que hicieron para llegar al resultado.

$840 \div 20 =$	10	
	40	
	42	
	50	

$1015 \div 35 =$	9	
	10	
	29	
	30	

$5750 \div 125 =$	45	
	46	
	47	
	50	

$9984 \div 128 =$	66	
	78	
	82	
	108	

Contenido

Anticipación del número de cifras del cociente de una división con números naturales.

$12\,462 \div 93 =$	84	
	125	
	134	
	154	

$12\,420 \div 540 =$	7	
	19	
	23	
	30	



Consideraciones previas

Los estudiantes podrán utilizar diversos procedimientos y conocimientos, como las propiedades de las operaciones (en especial de la multiplicación y la división), o las características de los múltiplos de un número, para determinar el número de cifras del cociente de números naturales.

Por ejemplo, para seleccionar el resultado exacto de $12\,462 \div 93$, se puede proceder de la siguiente forma.

- $93 \times 100 = 9\,300$ y $93 \times 1\,000 = 93\,000$; por lo tanto, el cociente debe tener tres cifras, ya que es mayor que 100 y menor que 1000.
- La cifra de las centenas es 1. No puede ser 2 porque $93 \times 200 = 18\,600$, que se pasa de 12462.
- Para encontrar la cifra de las decenas podemos restar $12\,400 - 9\,300 = 3\,100$. Ahora bien, $93 \times 10 = 930$ y tres veces 930 es un número cercano a 3100. De manera que la cifra de las decenas es 3, que vale 30.
- Para encontrar la cifra de las unidades podemos restar $3\,100 - 2\,700 = 400$. Se puede ver que 93×4 es aproximadamente igual a 400, por lo que la cifra de las unidades es 4.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos, a partir de la resolución de problemas, adviertan que el dividendo es igual al producto del divisor por el cociente más el residuo, y que el residuo debe ser menor que el divisor.

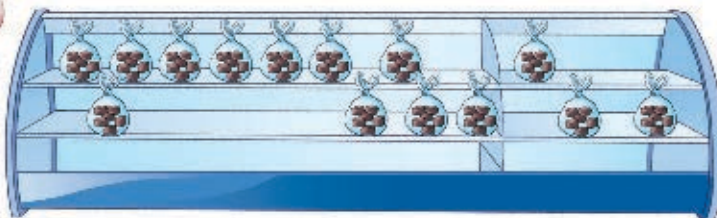
Contenido

Conocimiento y uso de las relaciones entre los elementos de la división de números naturales.

Consigna 1

En parejas, calculen la cantidad de bolsitas de chocolate y los sobrantes. Anoten en la tabla sus planteamientos.

En una tienda de repostería se fabrican chocolates rellenos de nuez. Para su venta, la empleada los coloca en bolsitas (seis chocolates en cada una). La empleada anota todos los días cuántos chocolates se hicieron, cuántas bolsitas se armaron y cuántos chocolates sobraron.¹



Cantidad de chocolates elaborados	Cantidad de bolsitas	Cantidad de chocolates que sobraron
25		
18		
28		
30		
31		
32		
34		
35		

¹ Problema tomado y ajustado de: Cecilia Parra e Irma Saiz, *Enseñar aritmética a los más chicos*, Rosario, Homo Sapiens Ediciones, 2010.

Consigna 2

En parejas, contesten las preguntas; consulten la tabla anterior para encontrar las respuestas.

En los siguientes días las cantidades de chocolates elaborados fueron 20 y 27.

- a) ¿Es posible usar los datos de la tabla para encontrar la cantidad de bolsitas y la cantidad de chocolates que sobraron sin necesidad de realizar cálculos?

No	¿Por qué?
Sí	¿Cómo?

- b) ¿Cuál es la máxima cantidad de chocolates que puede sobrar? _____
- c) La siguiente tabla está incompleta; calculen la información que falta en los lugares vacíos.²

Cantidad de chocolates elaborados	Cantidad de bolsitas	Cantidad de chocolates que sobraron
	6	2
	4	3
42		
	8	5
46	7	

² Problema tomado y ajustado de: Cecilia Parra e Irma Saiz, *op. cit.*

Consideraciones previas

Situaciones como las planteadas en estas actividades permiten a los alumnos advertir que el dividendo es igual al producto del divisor por el cociente más el residuo, y que el residuo debe ser menor que el divisor. No se trata de que escriban la expresión $D = c \times d + r$, ni de que el docente enseñe esta relación, sino de que los alumnos comprendan que los elementos se encuentran relacionados entre sí.

En el contexto anterior, dado que las bolsitas siempre tienen seis chocolates, el divisor no varía, lo que permite deducir que el resto no debe ser igual ni mayor que 6. Además, al multiplicar el cociente (dado en términos de bolsitas) por 6 y sumar los chocolates que sobran, se puede obtener el número de chocolates elaborados.

Al completar la tabla del primer problema se espera que los alumnos lleguen a establecer que con 30 chocolates se llenan cinco bolsitas y no hay sobrantes. Por medio de este cálculo se puede determinar que con 31, 32, 33, 34 y 35 chocolates se puede armar el mismo número de bolsitas (5), aunque el número de chocolates sobrantes varíe. Es importante resaltar este conocimiento en el momento de la socialización de los procedimientos seguidos, ya que permite analizar la variación de uno o más elementos de la división en función de los demás.

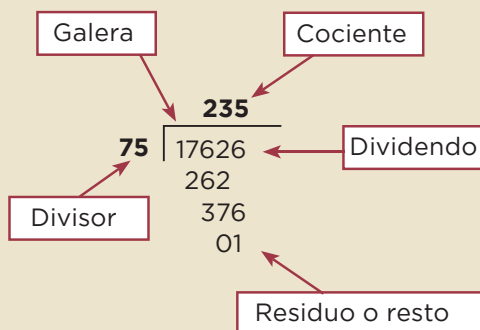
Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

Conceptos y definiciones

En matemáticas, la *división* es una operación aritmética de descomposición que consiste en averiguar cuántas veces un número (divisor) está contenido en otro número (dividendo). El resultado de una división recibe el nombre de *cociente*. De manera general, puede decirse que la división es la operación inversa de la multiplicación.

Por ejemplo:



Dividendo es el número que se va a dividir.

Divisor es el número que divide.

Cociente es el resultado de la división.

Residuo o resto es lo que ha quedado del dividendo, que no se ha podido dividir porque es más pequeño que el divisor.

Por lo tanto, sus términos cumplen esta relación:

dividendo = divisor \times cociente + residuo o resto.

Intención didáctica

Que los alumnos utilicen la relación “el dividendo es igual al producto del divisor por el cociente más el residuo, y éste es menor que el divisor” en la resolución de problemas.

Consigna

Organizados en parejas, resuelvan el siguiente problema.³

En un salón de fiestas se preparan mesas para 12 comensales en cada una.

a) Si asistirán 146 comensales, ¿cuántas mesas deben preparar?

b) ¿Cuántos invitados más podrán llegar como máximo para ocupar los lugares restantes en las mesas preparadas?

c) ¿Los invitados podrían organizarse en las mesas de tal manera que queden dos lugares vacíos en cada una? _____
 ¿Y podrían organizarse para que quede un lugar vacío? _____
 ¿Por qué? _____

d) Una familia de cuatro personas quiere sentarse sola en una mesa. ¿Alcanzarán los lugares en las otras mesas para los demás invitados? _____ ¿Por qué? _____



³Problema tomado y ajustado de: Cecilia Parra e Irma Saiz, *op. cit.*

Contenido

Conocimiento y uso de las relaciones entre los elementos de la división de números naturales.

Consideraciones previas

Para encontrar la solución, los alumnos pueden emplear diversos caminos. Es probable que en el inciso *a* obtengan la respuesta mediante el uso del algoritmo de la división y determinen un cociente de 12 y un residuo de 2; sin embargo, el cociente que se obtiene no es la respuesta, ya que se debe considerar una mesa más para todos los invitados.

Probablemente algunos alumnos utilicen otros recursos de cálculo; por ejemplo, pensar que 146 equivale a $60 + 60 + 24 + 2$, y reconocer que 60 y 24 son divisibles por 12. Dado que por cada 60 personas se necesitan cinco mesas, serán necesarias 10 para 120 personas y dos para las otras 24, con lo que finalmente deducen que se necesitan 13 mesas para todas las personas.

El caso anterior se puede aprovechar para analizar por qué una descomposición como $100 + 40 + 6$ no es adecuada para la situación planteada, ya que ni 100 ni 40 son múltiplos de 12. Los alumnos tienen que seleccionar la descomposición más adecuada para la situación que se plantea.

En el caso del inciso *b*, deben calcular los lugares disponibles; es importante hacer notar que no son necesarias 12 mesas llenas y una con sólo dos invitados, aunque esta distribución sea cómoda para obtener la respuesta.

En el caso del inciso *c* es probable que surjan dos tipos de respuesta: en una podrían inferir que sobran 10 lugares y, por lo tanto, no es posible distribuir uno o dos lugares vacíos en cada una de las 13 mesas preparadas; otra respuesta se construiría distribuyendo a 10 personas por mesa y dejando uno o dos lugares vacíos, lo que da un total de 130 personas, y no de 146, que es el total de invitados. Si esto ocurre, será importante generar una discusión sobre la validez de las respuestas en el momento de la puesta en común.

En el caso del inciso *d* es probable que los alumnos imaginen la situación de una familia de cuatro personas en una mesa, mientras las 12 mesas restantes son ocupadas por los 142 invitados. Otra posibilidad es pensar que en la mesa 13 (agregada) solamente se ocupaban dos lugares, por lo tanto es posible que los cuatro integrantes de la familia que ya estaban sentados se pasen a esa mesa. De esta manera quedarían cuatro lugares vacíos en las otras mesas, donde se podrá asignar lugar a las dos personas que se habían puesto en la mesa número 13.

Observaciones posteriores


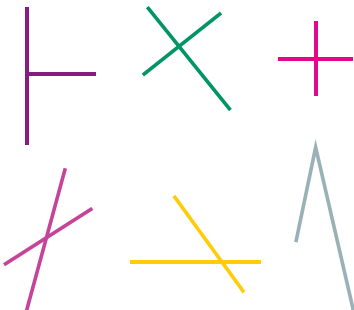
1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen y definan rectas paralelas y secantes; dentro de las secantes, que identifiquen y definan el caso particular de las rectas perpendiculares.

Consigna

En equipos, analicen las rectas paralelas y las secantes. Escriban en el recuadro una definición para cada tipo de recta.

Rectas paralelas	Rectas secantes
	

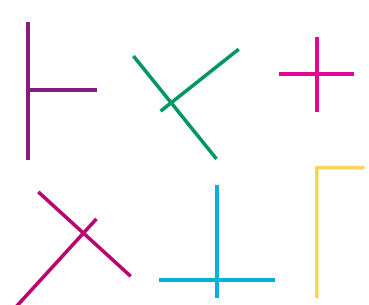
Rectas paralelas	Rectas secantes

Contenido

Identificación de rectas paralelas, secantes y perpendiculares en el plano, así como de ángulos rectos, agudos y obtusos.

Las siguientes rectas son perpendiculares. Organizados en equipos, escriban en el recuadro una definición para este tipo de rectas.

Rectas perpendiculares

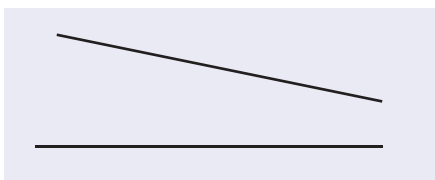


Rectas perpendiculares

Consideraciones previas

Los alumnos han trabajado en grados anteriores con rectas paralelas y perpendiculares. Se trata ahora de que escriban sus definiciones. Es importante que las enuncien y, en caso de que estén incompletas, sean erróneas o sobren datos, se les guíe con ejemplos o contraejemplos para que planteen definiciones correctas.

Por ejemplo, para las rectas paralelas los alumnos pueden decir: “Son rectas que no se cortan”. Entonces, se pueden trazar las siguientes líneas y preguntarles: ¿se cortan?, ¿son paralelas?



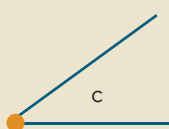
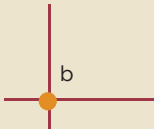
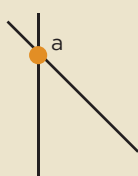
Es conveniente que se plantee a los alumnos la idea de que las rectas pueden prolongarse hacia ambos lados. En el caso anterior, ¿las rectas se cortarán?

En cuanto a las rectas perpendiculares, los alumnos pueden decir: “Son rectas que se cortan y forman ángulos iguales de 90° ”. En este caso hay información de más; por tanto, se puede plantear: ¿será necesario decir que los ángulos son iguales, si se dice que las rectas se cortan formando ángulos de 90° ?

Si es necesario, habrá que orientarlos para que aprendan a dar la información necesaria y suficiente que permita definir un concepto.

Conceptos y definiciones

Dos rectas son *secantes* cuando se cortan en un punto.



En los tres ejemplos, las letras *a*, *b* y *c* representan los puntos donde se cortan las rectas.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

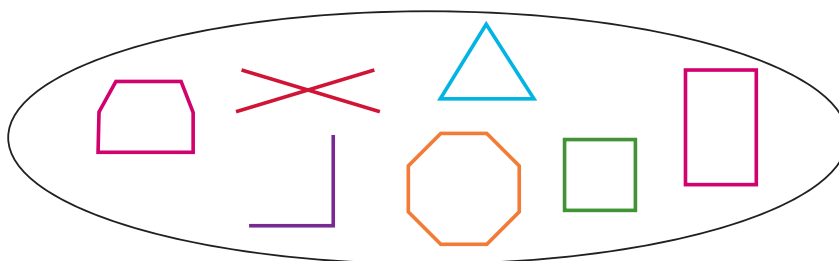
Que los alumnos tracen figuras en las que haya rectas paralelas, perpendiculares y oblicuas, a partir de las instrucciones redactadas por otros compañeros.

Contenido

Identificación de rectas paralelas, secantes y perpendiculares en el plano, así como de ángulos rectos, agudos y obtusos.

Consigna

En parejas, observen las figuras geométricas en las tarjetas del material recortable (página 223). Redacten en una tarjeta las instrucciones para que otra pareja dibuje las mismas figuras, del mismo tamaño y en las mismas posiciones. Cuando terminen, intercambien sus instrucciones con otra pareja y hagan lo que se indica en ellas.



Consideraciones previas

Se espera que los alumnos del equipo emisor, al redactar las instrucciones, usen expresiones como *rectas paralelas*, *perpendiculares* y *secantes*. Los alumnos del equipo receptor, al recibir las instrucciones, usarán sus instrumentos geométricos para hacer los trazos que se indiquen. Mientras los alumnos trabajan en la elaboración de mensajes o en el trazo de las figuras, puede observarlos y apoyarlos en caso necesario. Si son muchos los que no logran trazar rectas paralelas o perpendiculares, es conveniente detener la actividad y solicitar que hagan algunos trazos en el pizarrón.

Materiales

Por pareja:

- Tarjetas (material recortable del libro del alumno, p. 223).
- Tarjetas blancas para escribir y dibujar.
- Instrumentos geométricos.

Conceptos y definiciones

Las *rectas secantes* se clasifican en:

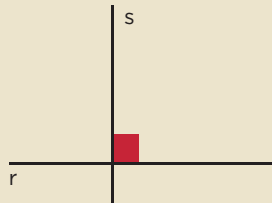
Rectas oblicuas

Si dos rectas tienen un punto de intersección y los ángulos que forman no son iguales, se llaman *oblicuas*.



Rectas perpendiculares

Si dos rectas tienen un punto de intersección y forman cuatro ángulos iguales, se llaman *perpendiculares*, y los ángulos se llaman *rectos*.



Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

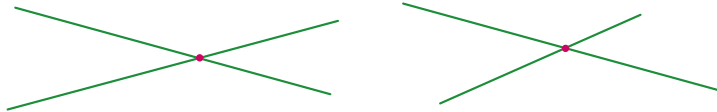
Que los alumnos identifiquen que las rectas secantes forman ángulos rectos, o bien ángulos agudos y obtusos.

Contenido

Identificación de rectas paralelas, secantes y perpendiculares en el plano, así como de ángulos rectos, agudos y obtusos.

Consigna 1

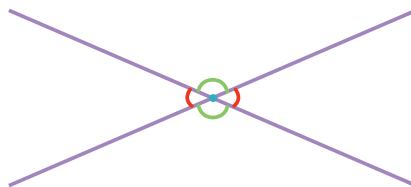
En equipos, tracen 10 pares de rectas secantes: tres que sean perpendiculares y siete que no lo sean. Para las rectas secantes que no son perpendiculares procuren que cada pareja de rectas forme ángulos diferentes a los de las otras; por ejemplo:



Observen que se forman cuatro ángulos; identifiquenlos y consideren lo siguiente.

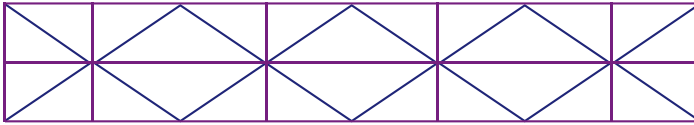
- Se les llama ángulos rectos a los que miden 90° . Márquenlos de color azul.
- Se llaman ángulos agudos aquellos que miden menos de 90° . Márquenlos de color rojo.
- Se llama ángulos obtusos a los que miden más de 90° , pero menos de 180° . Márquenlos de color verde.

Sus trazos deben quedar de la siguiente forma:



Consigna 2

En la siguiente malla, identifiquen ángulos agudos, obtusos y rectos, y márquenlos con un color diferente.

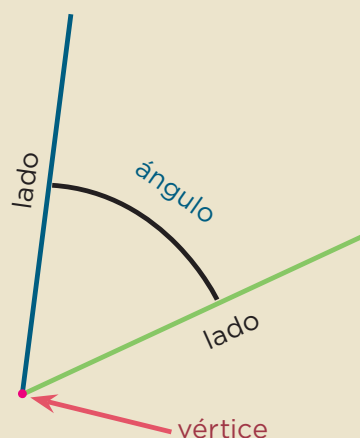


Consideraciones previas

Al trazar las rectas secantes que se solicitan en la consigna 1, es probable que identifiquen los ángulos mayores o menores de 90° , o los rectos, sin necesidad de medir; no obstante, si se observa que algunos alumnos no logran identificarlos, se les puede invitar a que usen el transportador para medirlos; si se detecta que no saben usarlo adecuadamente, se sugiere hacer un alto en la actividad y, de manera grupal, recordar cómo se usa. Es importante que los alumnos se queden con la idea de que el ángulo obtuso mide más de 90° pero menos de 180° ; algunos alumnos definen el ángulo obtuso como aquel que mide más de 90° , pero se debe aclarar que, por ejemplo, un ángulo de 200° no es obtuso.

Conceptos y definiciones

Ángulo es la abertura comprendida entre dos rectas que se unen en un punto llamado *vértice*. Las rectas que lo forman se llaman *lados*.



Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

La colonia de Isabel

Intención didáctica

Que los alumnos interpreten la información que ofrece un mapa, al tener que identificar y describir la ubicación de algunos lugares de interés.

10

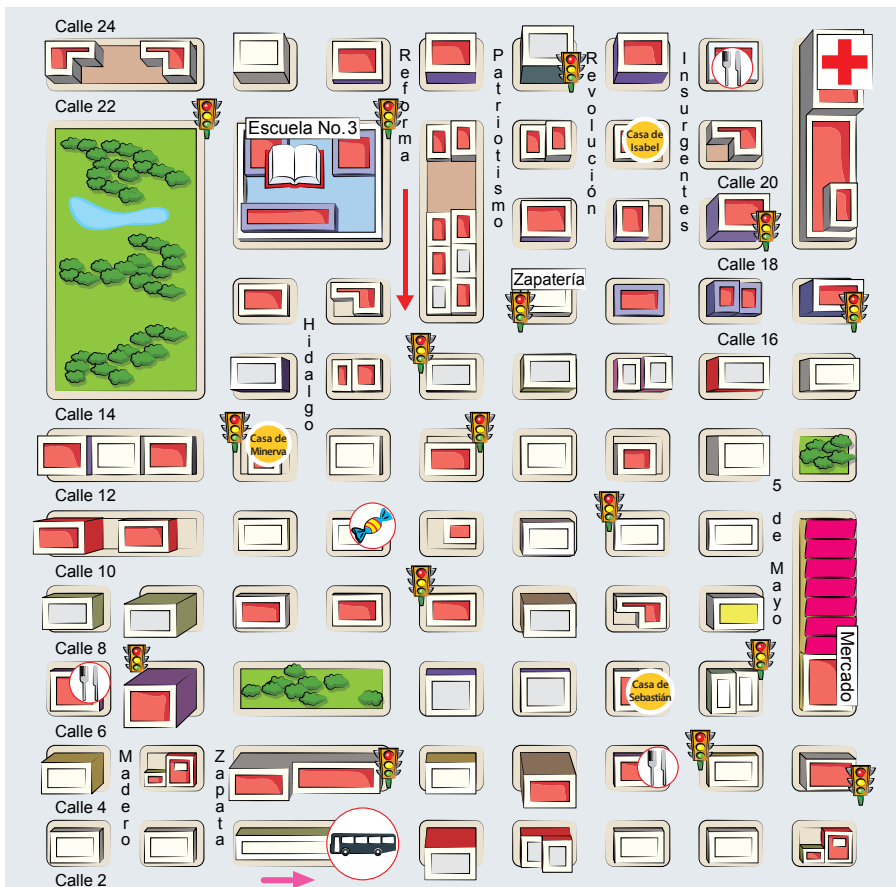
La colonia de Isabel

Consigna

Con base en la información que hay en el mapa de la colonia donde vive Isabel, respondan las siguientes preguntas. Trabajen en parejas.

Contenido

Lectura de
planos y
mapas viales.
Interpretación
y diseño de
trayectorias.



a) Escriban los nombres de tres lugares que se puedan ubicar en el mapa.

b) La casa de Isabel se encuentra hacia el norte de la colonia, sobre la calle Revolución. ¿Entre qué calles está?

c) ¿Cuál es la calle en la que hay más semáforos?

d) Minerva, la amiga de Isabel, vive sobre la calle 12. ¿Qué indicaciones le darían a Isabel para ir de su casa a la de Minerva?

e) Sebastián acaba de llegar a la colonia. ¿Qué indicaciones le darían para ir de su casa a la escuela?

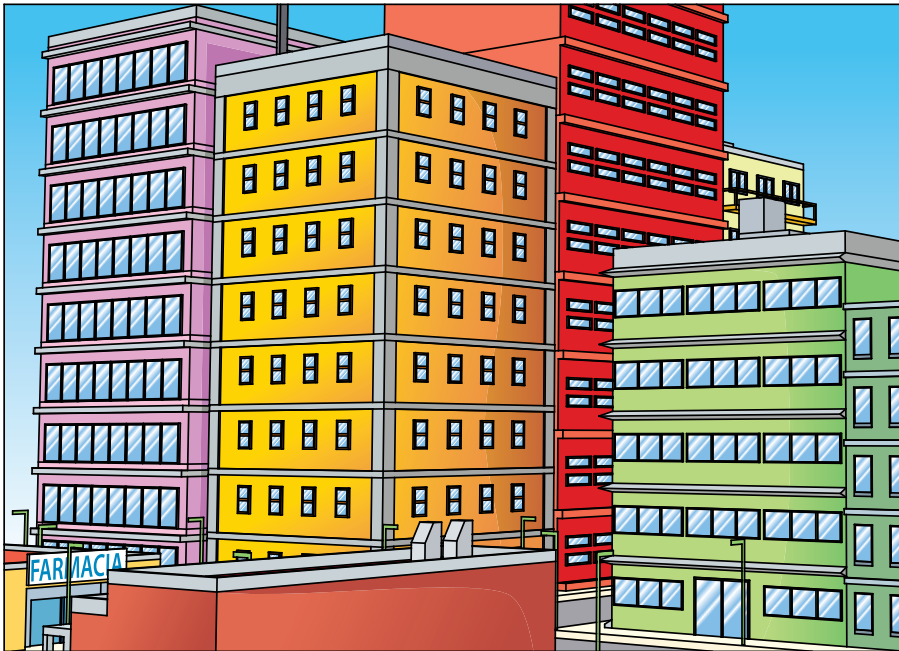
f) Hay tres restaurantes en la colonia: uno sobre 5 de Mayo, otro sobre Madero. ¿Dónde está el otro?



¿Cuál queda más cerca de la dulcería?

¿Por qué?

- g) En esta colonia la circulación de las calles no es de doble sentido, sino alternada. Sobre el piso se puede observar una flecha que indica la dirección en que pueden circular los autos y camiones. ¿Hacia qué dirección puede dar vuelta un auto que circula por la calle Insurgentes cuando llega a la calle 6?



Consideraciones previas

Leer un mapa implica poner en práctica diferentes habilidades. Algunas de ellas son dar significado a símbolos que representan objetos y condiciones geográficas de la realidad, y determinar la ubicación espacial de objetos, personas, sitios de interés o rutas en un plano, respecto a los puntos cardinales.

Desde grados anteriores, los alumnos han hecho y leído planos y mapas de lugares conocidos. Con la actividad propuesta en este desafío identificarán y describirán la ubicación de diferentes sitios de interés, mediante los elementos simbólicos más convencionales y cotidianos; por ejemplo, los que representan el hospital, la parada de autobús o el restaurante. Además, se espera que para responder las preguntas los alumnos utilicen los puntos cardinales e incluyan el mayor número de datos posible para establecer la ubicación de los diferentes sitios a localizar, por ejemplo, el nombre de la calle en la que se encuentra y las calles aledañas.

Aun cuando, en la segunda pregunta, se hace referencia al norte, es válido que en las respuestas utilicen las palabras *derecha* e *izquierda*; lo importante es que se aclare cuál es el punto de referencia, ya que no es lo mismo “a mi derecha” que “a la derecha del que tengo enfrente”. Por ejemplo, “que camine sobre Insurgentes hasta la calle 8 y luego tres cuadras y media hacia la izquierda”, pero también podría ser: “que camine sobre Insurgentes hasta la calle 8 y luego que doble a su derecha y camine tres cuadras y media”.

Si los alumnos tuvieran dificultad para interpretar el mapa, retome la elaboración de planos del salón de clase, la escuela o la localidad cercana a la escuela, e invítelos a que propongan diferentes símbolos para representar los objetos y edificios que van a incluir. De ser posible, utilice un mapa de la comunidad o de la colonia para ubicar las calles donde viven los integrantes del grupo.

Observaciones posteriores

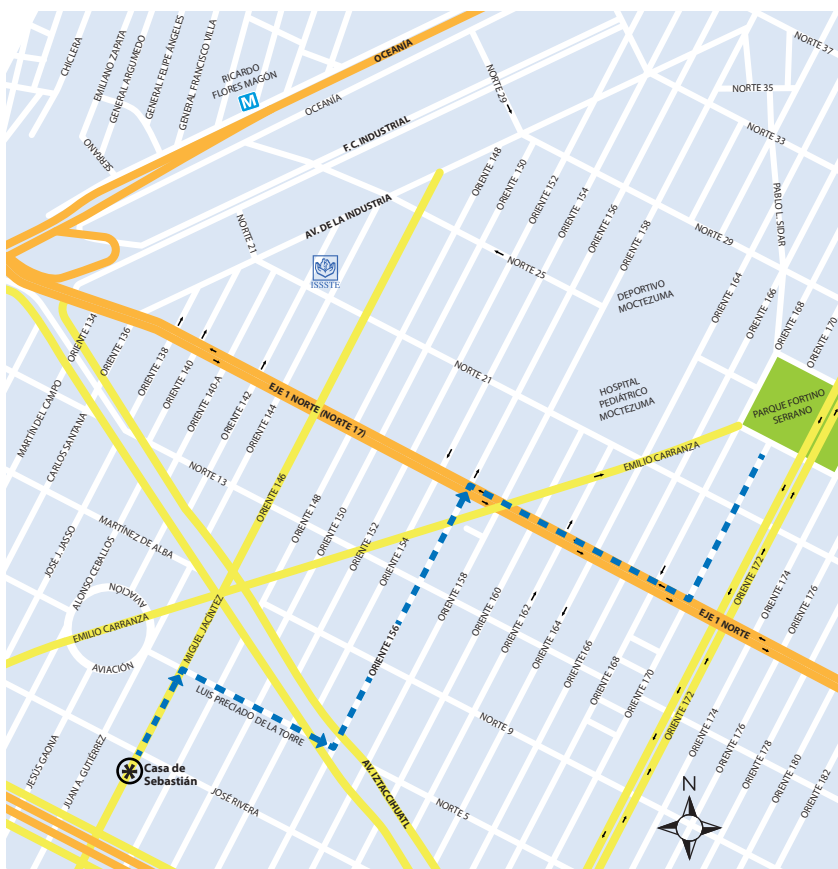
1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos extraigan información de mapas reales y reflexionen sobre las maneras de comunicarla.

Consigna

Reúnete con un compañero y respondan las preguntas con la información del mapa.

**Contenido**

Lectura de planos y mapas viales. Interpretación y diseño de trayectorias.

a) El primo de Sebastián vive en la esquina de las calles Oceanía y Norte 29; para encontrarse con Sebastián en el parque sigue el camino que se describe a continuación: camina 10 cuadras sobre la banqueta izquierda de la calle Norte 29 y llega a la calle Pablo L. Sidar, dobla a la derecha, camina una cuadra y llega al parque. Tracen el camino en el mapa.

b) En el mapa está trazado el camino que sigue Sebastián para ir de su casa al parque Fortino Serrano. ¿Cómo le podría decir la ruta por teléfono a su primo Felipe?

c) El papá de Juan vive en Oriente 152, entre Norte 17 y Norte 21. ¿Qué ruta le conviene seguir para ir en automóvil de su casa a la estación del metro Ricardo Flores Magón? Tracen la ruta en el mapa y descríbanla.



Consideraciones previas

El mapa que se presenta en este desafío es más complejo que el del desafío anterior. En éste se distinguen más elementos convencionales, como el grosor y color de las calles para identificar las principales de las secundarias, y algunos medios de transporte. Se pretende que los alumnos reconozcan que aun cuando existan diferentes tipos de mapas, hay un código común. Otro elemento que implica un reto mayor es que las calles no están orientadas de acuerdo con los cuatro puntos cardinales que han utilizado.

Es conveniente que antes de que los alumnos desarrollen la consigna, se invite al grupo a comentar las características del mapa; por ejemplo: cuáles son las semejanzas y diferencias respecto a otros que han visto, qué sitios de interés se localizan en él, cuál es el nombre de las calles que se representan, qué significado tienen los símbolos que se observan, entre otras. De ser posible, hay que ampliar el mapa para que sea más claro y se facilite el análisis.

En el primer problema se espera que los alumnos no tengan dificultad para trazar el camino descrito y que la descripción les sirva como referente cuando tengan que señalar otras rutas. Así, tanto en el segundo como en el tercer problema, se espera que hagan referencia a las cuadras que se deben recorrer y sobre qué calles hay que hacerlo. Los puntos cardinales no son necesarios en estos casos.

Es importante que durante la puesta en común se analicen al menos dos descripciones, de preferencia una precisa y la otra no, para que los alumnos puedan contrastar y analizar qué falta o qué sobra.

El tercer problema es más complicado, pues se debe considerar el sentido de las calles, dado que el trayecto se hará en automóvil. Puede haber varias opciones, pero se debe considerar la que más conviene.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos utilicen unidades de capacidad estándar, como el litro y el mililitro.

Contenido

Conocimiento y uso de unidades estándar de capacidad y peso: el litro, el mililitro, el gramo, el kilogramo y la tonelada.

Consigna 1

En equipo, respondan las preguntas con base en las siguientes imágenes.



a) ¿Qué capacidad tiene el garrafón de agua?

b) ¿Cuánto refresco contiene una lata?

c) ¿Qué capacidad tiene el frasco de perfume?

d) ¿Qué tiene mayor capacidad, el frasco de perfume o una lata de refresco?

e) ¿Qué contiene más producto, la lata de refresco o la botella de miel?

f) ¿En el dibujo hay más leche o refresco?

g) ¿Cuánta leche hay en total en la imagen?

h) ¿Cuánta miel hay si se suma la de todas las botellas?

i) ¿En la imagen qué hay más, leche o agua?

j) Si a la jarra le cabe la mitad de lo que le cabe al garrafón de agua, ¿cuál es la capacidad de la jarra?

k) ¿Cuántos envases de leche se podrían vaciar en la jarra?



Consigna 2

Con el mismo equipo, comenta y contesta las siguientes preguntas.

Judith tiene un bebé y el médico le recomendó que le diera un biberón de 240 ml de leche después de las papillas.

a) ¿Para cuántos biberones de 240 ml le alcanza 1 l de leche?

b) ¿Un biberón contiene más o menos que $\frac{1}{4}$ l de leche?

c) El biberón pequeño tiene una capacidad de 150 ml. Si Judith le diera leche a su bebé en ese biberón, ¿qué debería hacer para darle la cantidad que le indicó el doctor?



Quinto grado | 31

Consideraciones previas

Es importante que los alumnos identifiquen dónde se indica el contenido o la capacidad de los envases de diferentes productos, y se den cuenta de que las unidades empleadas son, generalmente, el litro (l) y el mililitro (ml). Las tres primeras preguntas de la consigna 1 se responden al localizar en el envase la información correspondiente a la cantidad que contiene. En las preguntas *d* y *e* no deberían tener problema, pues se trata de comparar números que ya conocen y la misma unidad de medida (ml), no así cuando respondan la pregunta *f*, donde la comparación es entre litros y mililitros.

En la pregunta *h* es probable que los alumnos digan “1500 ml”; sin embargo, tal vez otros digan que hay “un litro y medio”. Si esto sucediera, será interesante preguntar quién tiene la razón y escuchar el debate que surja al respecto, hasta concluir que las dos respuestas son correctas, ya que ambas cantidades son equivalentes.

Para la pregunta *j* se pueden dar como respuestas: 2.5 litros o 2500 ml, según el manejo que los alumnos tengan de la relación entre el litro y el mililitro. En caso de que den sólo una de las respuestas anteriores, el maestro puede mencionar la otra y preguntarles si son igualmente correctas.

En la última pregunta dirán que en la jarra se pueden vaciar dos envases de leche y la mitad de otro, o bien, que sólo se pueden vaciar dos envases completos. En ambos casos habrá que dejarlos argumentar. Si dan la primera respuesta, se les puede preguntar: ¿a qué cantidad de leche equivalen dos botes y la mitad del otro?

Al finalizar la puesta en común y antes de pasar a la segunda consigna, es importante que concluyan reconociendo la equivalencia entre litros y mililitros: $1\text{ l} = 1000\text{ ml}$.

En la consigna 2, los alumnos tendrán que analizar la relación entre litro y mililitro para dar respuesta a las dos primeras preguntas. En la *a* podrían decir que le alcanza para cuatro biberones y un poco más, así que se les puede preguntar cuánto es ese “poco más”. En la *c* es probable que la respuesta sea darle un biberón completo de 150 ml y otro con sólo 90 ml después de cada papilla, o uno de 100 ml y otro de 140 ml. Aunque la descomposición de 240 puede hacerse de diversas formas, es importante tomar en cuenta la capacidad del biberón. Asimismo, es relevante utilizar adecuadamente el término *capacidad* y no confundirlo con *volumen*.

Conceptos y definiciones

La *capacidad* se define como el espacio vacío de un recipiente (cubeta, frasco, jarra, etcétera). Por ejemplo: el frasco tiene una capacidad de 1500 ml.

El *volumen* se define como el espacio que ocupa un cuerpo, por lo tanto, entre capacidad y volumen existe una relación muy estrecha.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

Intención didáctica

Que los alumnos reconozcan el gramo y la tonelada como unidades de medida de peso y deduzcan su relación con el kilogramo.

Contenido

Conocimiento y uso de unidades estándar de capacidad y peso: el litro, el mililitro, el gramo, el kilogramo y la tonelada.

Consigna 1

Reúnete con un compañero para resolver el siguiente problema.

El señor Juan tiene una tienda de abarrotes y sus ventas son al mayoreo y al menudeo. La semana pasada recibió dos toneladas de azúcar en 40 sacos de 50 kg cada uno.

a) ¿Cuántos kilogramos tiene una tonelada (t)?

b) Para su venta al menudeo, empacó el azúcar de un saco en bolsas de 500 g cada una. ¿Cuántas bolsas empacó?

c) De un saco de azúcar empacó bolsas de 250 g. ¿Cuántas bolsas obtuvo?

d) Ulises pidió $\frac{3}{4}$ kg de azúcar. ¿Cuántas bolsas puede recibir y de qué peso?

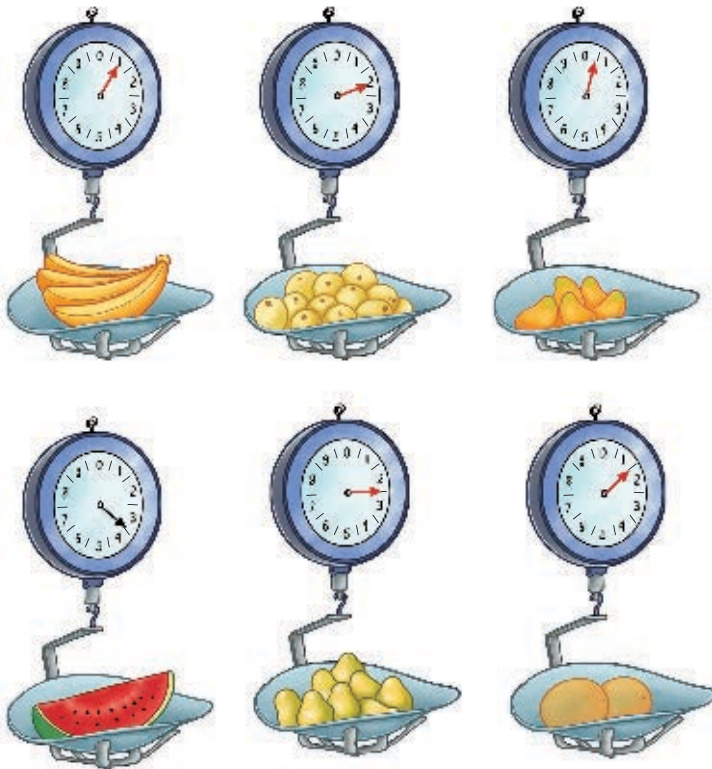
e) Luis necesitaba $2\frac{1}{2}$ kg de azúcar. ¿Cuántas bolsas recibió?

f) Al finalizar la semana, el señor Juan ha vendido 750 kg del azúcar que recibió. ¿Cuánta azúcar le queda en la tienda?

Consigna 2

Resuelve el siguiente problema con tu compañero.

Alicia compró los productos que se presentan abajo. Anota el peso según lo que marca cada báscula.



¿Cuánto pesó en total todo lo que compró Alicia?

Consideraciones previas

Si los alumnos no conocen los símbolos de las unidades de medida que se presentan en este desafío, se les puede decir que t = tonelada, g = gramo y kg = kilogramo. Cabe aclarar que los símbolos anteriores no cambian cuando las unidades están dadas en plural, por lo que es incorrecto aumentarles una s al final.

Se puede comentar con los alumnos la utilidad de que existan diferentes unidades de medida según lo que se quiere pesar. Para porciones pequeñas, como chiles o queso, se utilizan los gramos; para cantidades grandes, como arena o cemento para una construcción, se utilizan las toneladas, y los kilogramos se usan para medidas intermedias. Seguramente los alumnos pueden dar ejemplos en los que se usen dichas unidades, pero habrá que hacerles preguntas respecto a las equivalencias que han visto comúnmente; por ejemplo, de un kilogramo de harina se pueden obtener dos medios kilogramos y en la báscula se lee como 500 g. Se trata de que relacionen unidades de peso como el kilogramo (noción que ya han trabajado), con la tonelada y con el gramo.

A partir de los datos del problema, se espera que los alumnos deduzcan la relación entre el kilogramo y la tonelada:

- 40 sacos de 50 kg cada uno equivalen a 2000 kg y si $2000\text{ kg} = 2\text{ t}$, entonces, 1 t es igual a 1000 kg.
- Una manera diferente de proceder es considerar que si 40 sacos equivalen a 2 t, entonces 1 t equivale a 20 sacos, y como cada saco pesa 50 kg, entonces cada tonelada equivale a 1000 kg ($20 \times 50\text{ kg}$).

En las preguntas b y c se les dice el peso en gramos, por lo que tendrán que deducir que si $1\text{ kg} = 1000\text{ g}$, entonces, de un costal de 50 kg se obtendrán 100 bolsas de 500 g o 200 bolsas de 250 g.

Con la finalidad de que los alumnos integren el concepto de fracción al estudio de estos temas, se han propuesto las preguntas d y e , con las que establecerán que 250 g es lo mismo que $\frac{1}{4}\text{ kg}$ y 500 g es igual a $\frac{1}{2}\text{ kg}$. Así, las opciones de respuesta son: 3 bolsas de $\frac{1}{4}\text{ kg}$ o 1 bolsa de $\frac{1}{2}\text{ kg}$ y 1 bolsa de $\frac{1}{4}\text{ kg}$. En ese momento habría que subrayar que $\frac{3}{4}\text{ kg}$ equivalen a 750 g.

La siguiente pregunta tiene varias respuestas; lo importante es el manejo de las equivalencias. En la última pregunta se retoma la equivalencia de la tonelada en kilogramos.

En la segunda consigna, además de conocer una forma de medir el peso, ponen en práctica todo lo analizado anteriormente; cuando digan “ $3\frac{1}{2}\text{ kg}$ ” se les puede preguntar a cuántos gramos equivalen. También conviene hacer preguntas como: ¿qué producto pesó más?, ¿cuál pesó menos?, ¿de qué producto compró más, de naranjas o de sandías?, etcétera.

Es importante que los alumnos mencionen qué otros objetos conocen cuyo peso se mida en toneladas o gramos, y establezcan su equivalencia en kilogramos.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

Intención didáctica

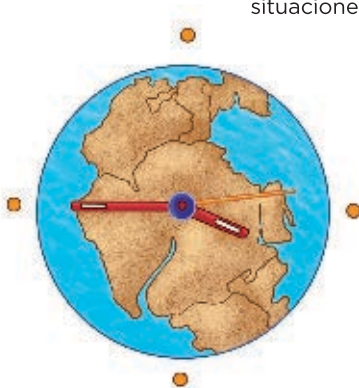
Que los alumnos conozcan y comprendan diferentes unidades y periodos para medir el tiempo.

Contenido

Análisis de las relaciones entre unidades de tiempo.

Consigna

En parejas, analicen la información de cada una de las siguientes situaciones. Posteriormente, respondan lo que se indica.

**Situación 1**

La geología histórica es la rama de la geología que estudia las transformaciones que ha sufrido la Tierra desde su formación, hace unos 4500 millones de años, hasta el presente. Los geólogos han desarrollado una cronología a escala planetaria dividida en eones, eras, periodos, épocas y edades. Esta escala se basa en los grandes eventos biológicos y geológicos.

Un eón es cada uno de los periodos en que se divide la historia de la Tierra desde el punto de vista geológico y paleontológico. Los eones se dividen a su vez en eras.

Si bien no existe acuerdo al respecto, se aceptan comúnmente cuatro eones:

- El eón hadeico o hádico, que comprende desde el inicio de la historia de la Tierra, hasta hace 4000 millones de años (Ma).
- El eón arcaico, que comprende desde hace 4000 Ma hasta hace 2500 Ma.
- El eón proterozoico, que comprende desde hace 2500 Ma hasta hace 542 Ma.

- El eón fanerozoico, que se extiende hasta la actualidad. Esta unidad se divide en tres eras geológicas: era paleozoica, que comprende desde 542 Ma hasta 251 Ma; era mesozoica, desde 251 Ma hasta 65.5 Ma; y cenozoica, desde 65.5 Ma hasta la actualidad.
- a) De acuerdo con lo anterior, si los dinosaurios aparecieron sobre la Tierra hace aproximadamente 205 Ma, ¿a qué era corresponden?
-
- b) ¿Qué unidad de tiempo se utiliza en los eones y en las eras geológicas?
-

Situación 2

El territorio mexicano fue descubierto y habitado por grupos de cazadores y recolectores hace más de 30 000 años. El inicio de la agricultura tuvo lugar hacia el año 9 000 antes de nuestra era (a. n. e.), aunque el cultivo del maíz inició hacia el año 5 000 a. n. e. Las primeras muestras de alfarería datan de alrededor del año 2 500 a. n. e. Con este hecho se define el inicio de la civilización mesoamericana.



- a) Si un milenio equivale a 1000 años, ¿hace cuántos milenios fue descubierto el territorio mexicano?
-





Situación 3

Al finalizar el siglo XIX, México tenía 13 600 000 habitantes aproximadamente. Para 1910, la población se incrementó casi dos millones, pero en el censo de 1921 se registró un decremento de cerca de un millón de personas. Este descenso se debió a que durante el decenio de 1910 a 1920 tuvo lugar la Revolución Mexicana.

a) ¿De qué año a qué año comprende el siglo XIX?

b) ¿Cuántos años duró la Revolución Mexicana?

c) ¿A cuántos años equivale un decenio?

Situación 4

La llamada Casa de Carranza, construida en 1908, hoy es la sede del museo que lleva el nombre del jefe revolucionario y expresidente de la República, Venustiano Carranza. Resguarda en su interior una veta histórica relacionada con la Revolución Mexicana y con su culminación: la Constitución Política de 1917, que nos rige actualmente.

Fue en 1961, bajo el auspicio del Instituto Nacional de Antropología e Historia (INAH), cuando el presidente de la República, Adolfo López Mateos, inauguró oficialmente este edificio como sede del Museo Casa de Carranza.

- a) Si un centenario equivale a 100 años, ¿hace cuántos centenarios fue construido el inmueble?
-
- b) ¿Durante cuántas décadas ha tenido vigencia la Constitución de 1917?
-
- c) Si un quinquenio o lustro equivale a 5 años, ¿desde hace cuántos lustros esa casa se instauró como museo?
-

Situación 5

La Independencia de México marcó una etapa muy importante, ya que nuestro país dejó de depender de España y se convirtió en un país libre y soberano; sin embargo, no fue sencillo; este proceso duró 11 años de extensa lucha.

El cura Miguel Hidalgo y Costilla, iniciador de este movimiento, nació en 1753 y murió en 1811.

- a) ¿Cuántos años vivió el cura Hidalgo?
-
- b) ¿Qué unidad de tiempo se utiliza para referirse a la edad de las personas?
-



Consideraciones previas

En general, la intención de esta actividad es que los alumnos conozcan y comprendan diferentes unidades de tiempo, según los periodos de que se trata: millones de años (Ma) para los eones y eras geológicas, milenios para referirse a la historia, etcétera.

Es importante advertir la irregularidad de los agrupamientos aunque se utilice la misma unidad de medida; por ejemplo, las eras geológicas del eón fanerozoico comprenden diferentes cantidades de millones de años. Lo mismo ocurre con los eones geológicos, cada uno equivale a diferente cantidad de millones de años.

Otras unidades empleadas en este desafío y sus equivalencias en años son las siguientes.

Milenio = 1000 años
 Siglo o centenario = 100 años
 Década o decenio = 10 años
 Lustró o quinquenio = 5 años

Además de las unidades de tiempo consideradas en las diferentes situaciones, el profesor puede invitar a los alumnos a investigar otras, como:

- Novenario: es la agrupación de nueve días. En algunas culturas y religiones se utiliza este término para los nueve rezos que se hacen después de la muerte de una persona.
- Quincena: etimológicamente hace referencia a un periodo que abarca 15 días. Sin embargo, la definición puede variar; por ejemplo, una revista quincenal se edita cada dos semanas (14 días). Normalmente, se considera que un mes se divide en dos quincenas. La primera quincena dura del día 1 hasta el 15, y la segunda, del 16 hasta el último día del mes. Esto significa que habrá quincenas de entre 13 y 16 días.
- En el caso de las agrupaciones de meses, las más comunes son bimestre (dos meses), trimestre (tres meses), cuatrimestre (cuatro meses) y semestre (seis meses).

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos interpreten, representen y operen con unidades de medida de tiempo como semanas, días, horas, minutos y segundos, estableciendo equivalencias.

Contenido

Análisis de las relaciones entre unidades de tiempo.

Consigna 1

En equipos, resuelvan el siguiente problema.

Meche le dijo a Alejandro que llegara el viernes a su casa, 15 minutos antes de la hora del noticiero, para hacer la tarea de ecología y le dejó el siguiente recado.

*Alex, nos vemos a las 21:15 h
en mi casa.*

*T. Q. M.
Meche*

Con base en la información del recado, contesten:

a) ¿Meche y Alejandro se verán en la mañana o en la noche?

b) ¿A qué hora comienza el noticiero?

Escriban todas las formas diferentes para representar la hora a la que empieza el noticiero.

_____	_____
_____	_____
_____	_____
_____	_____
_____	_____
_____	_____
_____	_____

Consigna 2

Continúen trabajando con sus compañeros de equipo y resuelvan el siguiente problema.

En la secundaria donde estudian Meche y Alejandro, el horario de clases empieza a las 7:30 a.m. y termina a las 2:20 p.m. Las sesiones duran 50 min, con un descanso de 10 min entre cada clase.

a) ¿A qué hora termina la segunda clase?

b) ¿A qué hora inicia la penúltima clase?



Consigna 3

Con sus compañeros de equipo resuelvan el siguiente problema.

No todos los profesores de la secundaria donde estudian Meche y Alejandro llegan y se van a la misma hora. Con base en los datos de la tabla, contesten lo siguiente.

Nombre del profesor	Hora de entrada	Hora de salida
Víctor	7:30	11:20
Santos	11:30	14:20
José Luis	8:30	11:20

- Si el profesor Víctor asiste todos los días a la escuela con el mismo horario de trabajo, ¿cuánto tiempo permanece en la escuela durante la semana?

- El profesor José Luis tiene libres los miércoles; los demás días llega a la escuela una hora antes para preparar sus materiales de Biología. ¿Cuánto tiempo permanece diariamente en la escuela?

- El tiempo de permanencia del profesor Santos es de 8 h 20 min a la semana, incluidos los descansos. La tabla anterior sólo muestra su horario de trabajo para los días martes y jueves. Si su hora de entrada no cambia, ¿qué tiempo cubre los demás días?

Consigna 4

Resuelvan el siguiente problema con sus compañeros de equipo.

El 3 de junio a las 10 h, un barco parte de la ciudad de Veracruz para hacer un crucero; el regreso está previsto para el día 18 de junio a las 17 h. Calcula en días, horas y minutos la duración del crucero.



Consideraciones previas

En el primer problema, la mayoría de los alumnos no tendrá dificultad para contestar las preguntas que se desprenden de la información contenida en el recado. La puesta en común debe orientarse a que los alumnos logren una interpretación adecuada de los términos *a.m.* y *p.m.*, *mañana*, *tarde* y *noche*, a partir de la escritura de la hora; por ejemplo, para referirse a la noche, se utiliza 21:15 h o 9:15 p.m.; si fuera por la mañana, las escrituras correctas serían 9:15 h o 9:15 a.m.

Se deben tener presentes y considerar todas las formas posibles de representar el tiempo indicado: “nueve y media de la noche”, “nueve con 30 de la noche”, “21 horas con 30 minutos”, “30 minutos después de las nueve”. Incluso, si no aparece la nomenclatura 9 h 30', o bien 9 h 30 min, se incorporarán al listado de propuestas del alumno como otras formas correctas para representar el tiempo con un número mixto (h = horas, ' = minutos, " = segundos).

Respecto a la segunda consigna, habrá que poner atención en las justificaciones y procedimientos que los alumnos presenten para determinar a qué hora termina la segunda clase, tomando en cuenta los minutos de descanso entre cada sesión de 50 minutos.

Los alumnos buscarán estrategias de solución y argumentarán la manera de interpretar la información; éstos son algunos procedimientos que se espera que lleven a cabo.

- Una sesión dura 50 min y se tiene un receso de 10 min entre cada sesión; por lo tanto: primera sesión de trabajo: 50 min + 10 min de receso = 1 h. Segunda sesión de trabajo: 50 min; por lo tanto, 60 min + 50 min = 110 min. Entrada: 7 h 30 min; le agregamos 1 h 50 min, la clase termina a las 9:20.
- Organizar la información en una tabla.

Primera sesión	De 7:30 a 8:20
Segunda sesión	De 8:30 a 9:20
Tercera sesión	De 9:30 a 10:20
Cuarta sesión	De 10:30 a 11:20
Quinta sesión	De 11:30 a 12:20
Sexta sesión	De 12:30 a 13:20
Séptima sesión	De 13:30 a 14:20

En el caso de la tercera consigna, es conveniente explicar a los alumnos que una semana laboral de los maestros equivale a cinco días de trabajo a la semana; una quincena laboral, por lo tanto, serán 10 días. Este tipo de irregularidades al medir periodos más o menos largos se presenta cuando, para efectos de operar con tiempo, se toman todos los meses como de 30 días: un trimestre, que equivale a tres meses, es también equivalente a 90 días, y otras variaciones.

En el inciso *a* se espera que los alumnos determinen primero el tiempo de permanencia del profesor Víctor por día, que en este caso es de 3 h 50 min. Una vez obtenido este dato, es probable que sigan cualquiera de las siguientes estrategias: que multipliquen 3 h 50 min por 5 días, con lo que resultan 15 h 250 min, o que hagan una suma iterada de 3 h 50 min + 3 h 50 min + 3 h 50 min + 3 h 50 min + 3 h 50 min = 15 h 250 min, y luego hagan las conversiones necesarias para determinar que el tiempo de permanencia a la semana del profesor Víctor es, en total, de 19 h 10 min.

En el inciso *b* se espera que los alumnos realicen los siguientes razonamientos.

- El profesor José Luis llega a las 7:30 y sale a las 11:20; su permanencia en un día es de 3 h 50 min.
- Si se multiplican 3 h 50 min por 4 el resultado es 12 h 200 min = 15 h 20 min. Si se suman 3 h 50 min + 3 h 50 min + 3 h 50 min + 3 h 50 min = 12 h 200 min = 15 h 20 min.

Respecto al inciso *c*, los alumnos tendrán que averiguar cuánto tiempo tiene ocupado el profesor Santos en sus dos días con el mismo horario, que son 5 h 40 min. Luego, deben encontrar la diferencia con las 8 h 20 min que permanece en la escuela. Finalmente, se espera que lleguen a la respuesta correcta: 2 h 40 min.

Durante la puesta en común, es importante señalar las irregularidades de los agrupamientos; por ejemplo, las unidades hora (h), minuto (min) y segundo (s) son agrupamientos de 60 unidades (sistema sexagesimal), mientras que las unidades año, mes, día, etcétera, son unidades no sexagesimales.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen la relación entre la representación con números romanos de los siglos y la representación decimal de los años que abarcan.

Contenido

Análisis de las relaciones entre unidades de tiempo.

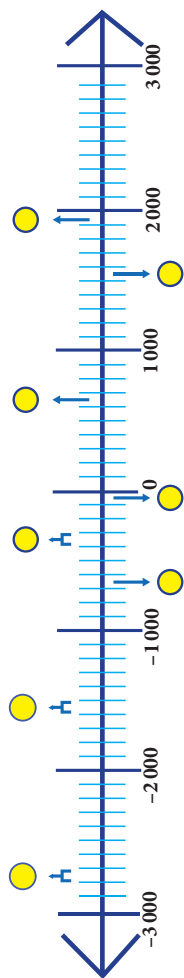
Consigna

De manera individual, ubica en la línea del tiempo de la página siguiente en qué momento de la historia se desarrollaron los acontecimientos que se enuncian en cada recuadro y coloca la letra que corresponde a cada círculo. Luego, organizados en equipos, discutan y contesten las preguntas.



AÑOS DE NUESTRA ERA (n. e.)

AÑOS ANTES DE NUESTRA ERA (a. n. e.)



A

En el siglo IV a. n. e. inició, con Alejandro Magno, la época helenística, período que duró hasta el inicio del Imperio romano.

B

En el siglo XXVIII a. n. e. sucedió la unificación de Egipto, atribuida al faraón Menes.

C

En el año 630 n. e., un profeta árabe llamado Mahoma fundó una de las religiones más importantes del mundo: la musulmana, también conocida como islam.

D

En el siglo XVI a. n. e. surgió el poder de los hititas, quienes se instalaron en Asia Menor. Su imperio se extendió hasta Siria.

E

Los españoles lograron conquistar la ciudad de Tenochtitlan en el año 1521 n. e.

F

La Revolución rusa inició en el año 1917 n. e.

G

En el año 30 a. n. e. inició la época de los emperadores romanos.

H

Aproximadamente en el año 624 a. n. e. nació Tales de Mileto, filósofo griego que murió a la edad de 78 años.

Bloque I

Bloque I

- a) ¿Cuántas décadas han transcurrido desde el acontecimiento señalado en el recuadro F hasta la fecha actual?

- b) ¿Cuántos años faltan por transcurrir para completar un siglo en el caso anterior?

- c) ¿Cuántos siglos han transcurrido desde el hecho histórico descrito en el recuadro A hasta el año actual?

- d) ¿En qué siglo nació Tales de Mileto?

- e) ¿En qué siglo los españoles conquistaron la ciudad de Tenochtitlan?

- f) Mencionen un hecho histórico ocurrido durante el siglo xx.

- g) ¿Cuál fue el primer día del siglo xx?

- h) ¿Cuál será el último día del siglo xxi?

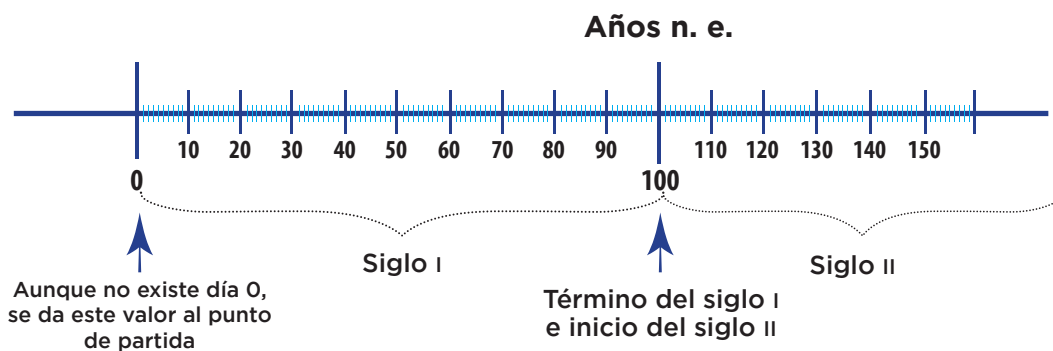
- i) ¿Cuántas décadas hay desde el año 1810 (siglo xix) hasta el año 2013 (siglo xxi)?

- j) Si Cristóbal Colón pisó tierras americanas por primera vez el 12 de octubre de 1492, ¿qué siglo era?

Consideraciones previas

Es posible que los alumnos tengan complicaciones al responder las preguntas d, e, j, pues las centenas de los años representan una unidad menor que el siglo al que corresponden; por ejemplo, el año 1521 no corresponde al siglo xv, sino al siglo xvi, de tal manera es importante que ellos comenten cómo establecieron la relación siglo-año. Algunas preguntas que se les pueden plantear son: ¿qué aspecto tomaron en cuenta para ubicar el acontecimiento del recuadro A? Considerando lo anterior, ¿en qué siglo se ubican los de los recuadros C, G y H?

Si la relación no queda clara, conviene explicarla con apoyo de un gráfico como el siguiente, en el que se represente solamente una parte de la línea del tiempo:



Así, los alumnos pueden apreciar que el siglo I comprende desde el primer día del año 1 n. e. hasta el último día del año 100 n. e.; el siglo II comienza el primer día del año 101 n. e. y termina el último día del año 200 n. e. y así sucesivamente. A partir de este análisis se les podrían hacer algunas preguntas como: ¿qué años n. e. integran el siglo x? El año 1689, ¿pertenece al siglo xv, xvi o xvii? ¿En qué año y siglo nacieron? ¿En qué año y siglo nació alguno de sus papás?

Por otro lado, aunque en la línea del tiempo se incluye el 0, no debe entenderse que existió tal día o año; este número solamente se ha utilizado para separar las dos grandes etapas en las que se mide el tiempo en la historia occidental.

Las líneas del tiempo se usan para representar gráficamente la evolución de un suceso o periodo histórico específico. Por ejemplo, si se desean representar los hechos históricos que sucedieron antes y después del inicio de la guerra de la Independencia de México, el punto de referencia en la recta sería el año 1810.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos usen el valor unitario al resolver problemas de valor faltante.

Contenido

Análisis de procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad del tipo valor faltante (dobles, triples, valor unitario).

Consigna

Reúnete con un compañero para resolver los siguientes problemas.

1. Luisa trabaja en una fábrica de camisas. Para cada camisa de adulto se necesitan 15 botones. Ayúdenle a encontrar las cantidades que faltan en la siguiente tabla. Después, contesten las preguntas.

Camisas de adulto					
Cantidad de camisas	1	6	14	75	160
Cantidad de botones	15				

- a) ¿Cuántos botones se necesitan para 25 camisas?

- b) ¿Cómo lo supieron?

2. Luisa utilizó 96 botones en ocho camisas para niño. Ayúdenle a encontrar las cantidades que faltan en la siguiente tabla. Después, contesten la pregunta.

Camisas de niño					
Cantidad de camisas	1	8	10		200
Cantidad de botones		96		1440	

¿Qué puede hacer Luisa para saber cuántos botones se necesitan para 140 camisas de niño?



Consideraciones previas

Los problemas multiplicativos llamados de *valor faltante* son aquellos en los que se conocen tres datos y se busca un cuarto; dichos datos corresponden a dos conjuntos de cantidades que guardan una relación de proporcionalidad.

En este desafío se incluyen dos problemas de valor faltante en los que, por los datos que contienen, el valor unitario es un buen recurso para resolverlos. En el primero se da este valor unitario (número de botones por camisa); al identificarlo, los alumnos lo podrán utilizar para encontrar los demás valores. En el segundo problema no se conoce el valor unitario, es necesario calcularlo y utilizarlo para obtener los valores desconocidos.

Se espera que para calcular los valores faltantes los alumnos utilicen fundamentalmente la multiplicación: si 15 botones corresponden a una camisa, 15 botones por 6 = 90 botones, y 15 botones por 14 = 210 botones, etcétera.

Si alguna pareja tuviera dificultad para resolver multiplicaciones de números de dos cifras, es necesario apoyarla sugiriendo la descomposición de los números y, en otro momento, retomar la práctica del algoritmo.

Para 15×14 , se tiene:

$$14 = 10 + 4,$$

Por lo que $15 \times 14 = 15 \times 10 + 15 \times 4$,

$$15 \times 10 = 150 \text{ y } 15 \times 4 = 60, \text{ entonces}$$

$$15 \times 14 = 150 + 60 = 210$$

Conceptos y definiciones

El *valor unitario* es el que corresponde a una unidad o pieza; por ejemplo, si 3 cuadernos cuestan 51 pesos, el valor unitario es 17, precio que corresponde a un cuaderno.

La primera pregunta del problema 1 hace referencia a un valor que no se encuentra en la tabla. Los alumnos podrían calcular este valor siguiendo la estrategia descrita anteriormente o resolverlo tomando como referencia que por 75 camisas se necesitan 1125 botones, y distinguir que 25 es la tercera parte de 75, por lo que el valor desconocido tendría que ser la tercera parte de 1125.

Para completar la tabla del segundo problema, los alumnos necesitan aplicar una estrategia diferente; por un lado, desconocen el valor unitario, pues no se sabe cuántos botones se requieren para una camisa de niño; por otro, uno de los datos desconocidos es el número de camisas y no la cantidad de botones. Se espera que los alumnos encuentren el valor unitario y lo utilicen para calcular valores faltantes. Para el caso del número de camisas (120), pueden obtenerlo mediante la división.

En la última pregunta se pide calcular el total de botones para 140 camisas. Si bien los alumnos podrían utilizar una multiplicación (140×12), es probable que algunos sumen lo que corresponde a 120 camisas, más dos veces lo que corresponde a 10 camisas; esto es, que sumen término a término. Este procedimiento también es válido y se sugiere analizarlo y discutirlo durante la puesta en común.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos usen factores internos, es decir, dobles, triples, etcétera, al resolver problemas de valor faltante.

Consigna

Reúnete con un compañero para resolver el siguiente problema.

La fonda de mi tía Chela es famosa por sus ricos tacos de cochinita pibil.

Orden de
3 tacos por \$25



Anoten el dato que falta en cada una de las siguientes tarjetas.

Mesa 1

Consumo: 12 tacos

Total a pagar: _____

Mesa 2

Consumo: _____

Total a pagar: \$75

Mesa 3

Consumo: _____

Total a pagar: \$150

Mesa 4

Consumo: 27 tacos

Total a pagar: _____

Contenido

Análisis de procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad del tipo valor faltante (dobles, triples, valor unitario).

Consideraciones previas

Un primer problema que pueden enfrentar los alumnos es confundir el número de órdenes de tacos y el total de tacos que se consumieron en cada mesa. Es importante considerar que una orden consta de tres tacos; así, en la mesa 1 consumieron cuatro órdenes de tres tacos cada una, o bien, 12 tacos.

Para conocer el precio de 12 tacos los alumnos tienen que identificar la relación existente entre 3 y 12 y aplicarla a 25; 12 es cuatro veces tres, por lo que la proporción se mantiene si 25 se multiplica por 4; el factor interno es 4, que representa el número de órdenes en 12 tacos. De igual manera, para conocer cuántos tacos se consumieron con \$75, los alumnos pueden pensar que esta cantidad es tres veces \$25 y aplicar el mismo factor a tres tacos. Aquí lo importante es que lleguen a la conclusión de que 75 es el triple de 25 y que la proporción se cumple si el número de tacos por orden también se triplica.

Es necesario considerar que en todos los casos los factores son números enteros; esto da como resultado que los valores solicitados sean múltiplos del valor unitario. Por lo que, si se quisiera ampliar el número de preguntas, sería conveniente preguntar a los alumnos cuánto se pagaría por 18, 21, 36 tacos, etcétera, y no por 19, 22 o 31 tacos.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos usen el valor unitario explícito o implícito al resolver problemas de valor faltante.

Consigna

Reúnete con un compañero para resolver el siguiente problema.

El dueño de la tienda de abarrotes del pueblo está haciendo una tabla para saber rápidamente el peso de uno o varios costales que contienen azúcar, trigo o maíz palomero. Ayúdenle a completarla y después contesten la pregunta.

	Cantidad de kilogramos de...		
Cantidad de costales	Azúcar	Trigo	Maíz palomero
1	21		
	63		78
5		170	
	420		

¿Qué pesa más: cuatro costales de maíz palomero, cinco costales de azúcar o tres costales de trigo?

**Contenido**

Análisis de procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad del tipo valor faltante (dobles, triples, valor unitario).

Consideraciones previas

La situación que se propone en este desafío representa un reto de mayor complejidad que el anterior; primero porque se concentran tres relaciones de proporcionalidad en una misma tabla, y segundo porque aparentemente en el caso del maíz palomero no hay información suficiente para calcular los valores faltantes, aunque sí la hay, porque las cantidades de costales son las mismas.

Para el llenado de la tabla se espera que los alumnos apliquen las estrategias utilizadas en los desafíos anteriores, es decir, el valor unitario y las razones internas. Es muy probable que decidan empezar por calcular los valores faltantes de la columna correspondiente al azúcar, pues es la que contiene más elementos para definir el número de costales que se van a considerar para los otros dos productos.

Por ejemplo, al relacionar 21 y 63 (kilogramos de azúcar), se ve que 63 es el triple de 21; si se aplica este mismo factor a un costal, se sabe que 63 kg corresponden a tres costales de azúcar.

El número de kilogramos que corresponde a cinco costales se puede calcular multiplicando 5×21 ; para conocer el número de costales que corresponde a 420 kg se puede recurrir a la relación que existe entre 105 y 420 kg. Una vez encontradas las cantidades de costales y conociendo el peso de un costal de cada producto es posible calcular el resto de los valores.

Al completar la tabla, deben responder la pregunta; para ello, los alumnos deben comparar tres pesos, dos de ellos están incluidos en la tabla (de cinco costales de azúcar y de tres costales de trigo); el tercer peso (cuatro costales de maíz palomero) lo pueden obtener de varias maneras, por ejemplo, al multiplicar 4×26 kg, o bien, al sumar los pesos de uno y tres costales.

Es muy importante que durante la puesta en común se presenten y argumenten, además de la solución del problema, los procedimientos que siguieron para encontrarla.

Conceptos y definiciones

El *valor unitario* explícito es el que se da como dato del problema. El *implícito* es el que no aparece como dato, pero que se puede calcular.

La *razón interna* es la relación multiplicativa que se establece entre dos datos de un mismo conjunto de cantidades. Por ejemplo, 63 kg es el triple de 21 kg; o bien, cinco costales es cinco veces un costal. La razón o el factor interno entre 21 y 63 kg es 3.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Bloque II



Intención didáctica

Que los alumnos reconozcan la relación que guardan entre sí las diversas representaciones de una fracción y las utilicen para abreviar pasos.

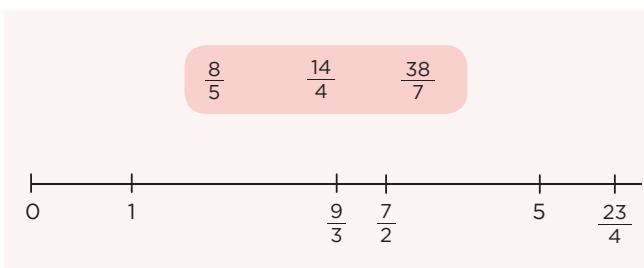
Contenido

Conocimiento de diversas representaciones de un número fraccionario: con cifras, mediante la recta numérica, con superficies, etcétera. Análisis de las relaciones entre la fracción y el todo.

*Consigna*

Reúnete con dos compañeros para resolver lo que se plantea.

1. Ubiquen sobre la recta numérica las siguientes fracciones.



2. Dadas las siguientes fracciones, escriban dos maneras más de representar el mismo número. Los primeros dos casos están resueltos.

a) $\frac{9}{10} = \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10}; \quad \frac{2}{20} + \frac{3}{10} + \frac{5}{10}$

b) $\frac{17}{5} = 3 + \frac{2}{5}; \quad \frac{16}{20} + \frac{8}{10} + \frac{9}{10} + \frac{18}{20}$

c) $\frac{8}{5} =$

d) $\frac{42}{9} =$

e) $\frac{38}{7} =$

3. Representa con dibujos el resultado de las siguientes operaciones.

a) $\frac{1}{4} + \frac{20}{8}$

b) $\frac{2}{3} + \frac{18}{2}$

c) $\frac{11}{5} + \frac{9}{10}$



Consideraciones previas

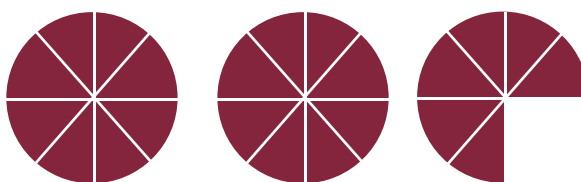
Conocer y saber usar diferentes representaciones de un mismo número permite a los alumnos ser más eficientes en el manejo de las operaciones.

En el primer problema no se trata de que midan con exactitud la distancia entre un punto y otro, sino de que recurran a las diversas representaciones o equivalencias que tiene una fracción, por lo que se podrá observar el grado de comprensión de los alumnos conforme realicen la actividad. Por ejemplo, habrá alumnos que tal vez primero tengan que ubicar todos los enteros de la recta (el 2, 3 y 4) para después dividir cada uno en quintos, cuartos o séptimos. Otros tal vez se den cuenta de que $\frac{38}{7}$ se encuentra entre los puntos marcados con 5 y $\frac{23}{4}$, así que no sería necesario dividir en séptimos cada uno de los enteros, o que $\frac{14}{4}$ es lo mismo que $\frac{7}{2}$, etcétera.

El segundo problema propone encontrar varias descomposiciones de las fracciones que se dan. Estas descomposiciones pueden ser muy diversas, así que la discusión se centrará en analizar y corroborar que corresponden con la fracción inicial. Seguramente los alumnos optarán por proponer descomposiciones con un mismo denominador, por lo que se les puede solicitar enseguida que piensen en descomposiciones que involucren diferentes denominadores, lo cual ayudará a que amplíen su repertorio.

En el problema 3 los alumnos tienen la libertad de elegir la representación de las fracciones. No deberán representarse las fracciones de una suma por separado, sino encontrar una forma de representar toda la operación sin tener que resolverla antes. Por ejemplo, en la primera, si saben que $\frac{20}{8}$ es lo mismo que $\frac{10}{4}$, podrán dibujar dos enteros completos y otro dividido con $\frac{3}{4}$ sombreado.

De igual forma, se verá que algunos alumnos optan por dividir cada entero en el número de partes que indica el denominador de cada fracción; otros verán que esto no es necesario y basta con representar cada entero.



Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos interpreten la relación que hay entre una fracción y la unidad a la que se está haciendo referencia.

Consigna

En equipos, resuelvan los siguientes problemas.

1. Jorge, Martín y Andrés compraron una pieza grande de queso en oferta y la dividieron en partes iguales. Jorge le regaló a su hermana la mitad del queso que le tocó. ¿Qué parte de todo el queso recibió la hermana de Jorge?
2. Se vendió una casa en \$300 000, y el dueño repartió el dinero de la siguiente forma: él se quedó con la tercera parte del total y el dinero restante lo repartió equitativamente entre cuatro instituciones de beneficencia. ¿Qué fracción de la cantidad recibida por la venta de la casa le tocará a cada una de las instituciones?
3. Con la intención de aprender el idioma y un poco de la cultura hebrea, Bety viajó a Israel a tomar un curso. Del tiempo total que abarca el curso, la mitad se dedica al estudio del hebreo y el tiempo restante se reparte por igual entre el estudio de la cultura y recorrer el país. ¿Qué fracción del tiempo total dedicará Bety al estudio de la cultura?

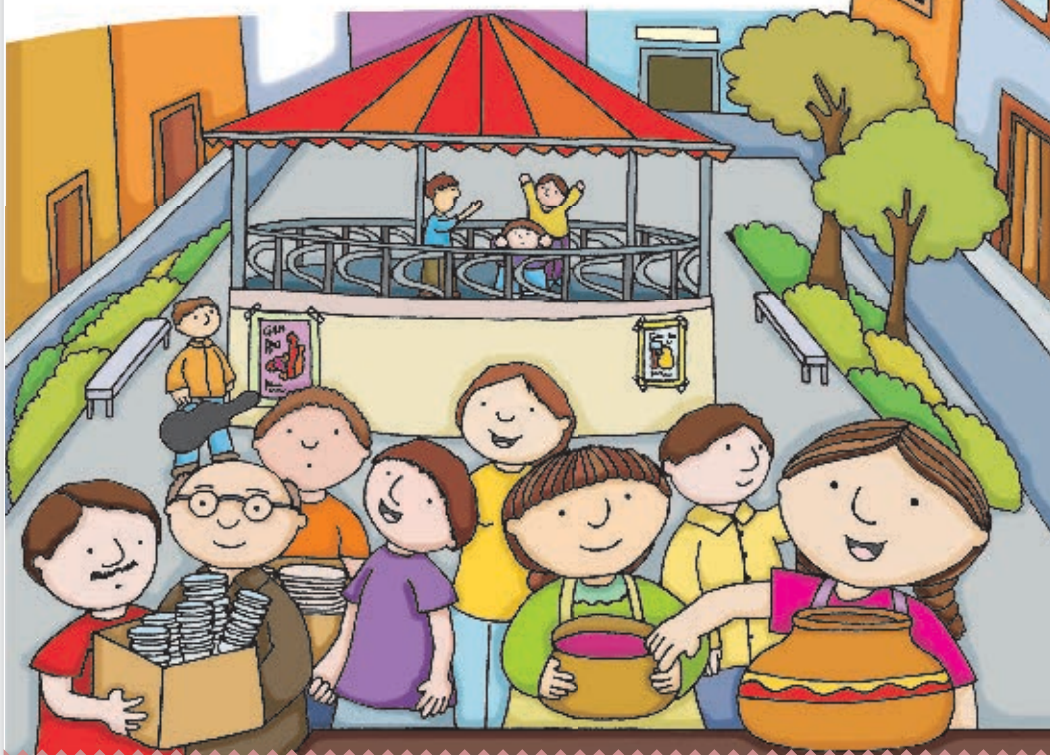
**Contenido**

Conocimiento de diversas representaciones de un número fraccionario: con cifras, mediante la recta numérica, con superficies, etcétera. Análisis de las relaciones entre la fracción y el todo.

4. Para las celebraciones del barrio de Santiago se juntó cierta cantidad de dinero que se distribuirá de la siguiente forma.

- Una tercera parte para música.
- Otra tercera parte para comida.
- Una más para bebidas y otros. A su vez, esta cantidad se dividirá en partes iguales: una para agua de sabores, otra para refrescos, una más para platos y vasos desechables, y la última para los adornos de las calles.

¿Qué fracción del dinero se usará para la compra de bebidas?



Quinto grado | 53

Consideraciones previas

Cuando se habla de fracciones, es muy común que los alumnos piensen en partes de un entero. Les es difícil pensar que se puede tratar de partes de una fracción o partes de cantidades mayores a un entero. Es por esto que se plantean situaciones en las que tendrán que pensar en fracciones de una fracción.

Por otra parte, es importante resaltar que no se trata de que estudien el algoritmo de la multiplicación de fracciones que está implícito en este tipo de problemas, sino de que entiendan cuál es la unidad a que se hace referencia.

Por ejemplo, para dar respuesta al primer problema es necesario calcular la mitad del queso que recibió Jorge: a él le tocó la tercera parte de todo el queso, entonces a su hermana le dio la mitad de la tercera parte, esto es $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$, que equivale a $\frac{1}{6}$ de todo el queso.

En el segundo problema, algunos alumnos pensarán que tienen que dar como respuesta la cantidad en pesos que recibirá cada institución, ya que están acostumbrados a que sea eso lo que se solicita, y además se da el costo de la casa. También habrá quienes crean que se trata de encontrar la cuarta parte de un tercio, lo cual es erróneo, ya que son dos terceras partes las que se distribuirán en forma equitativa, lo que corresponde a dividir los dos tercios entre cuatro.

La forma gráfica es una herramienta muy común entre los alumnos y resulta suficiente para estudiar lo que se propone aquí. Por ejemplo, este problema se puede representar de la siguiente forma.

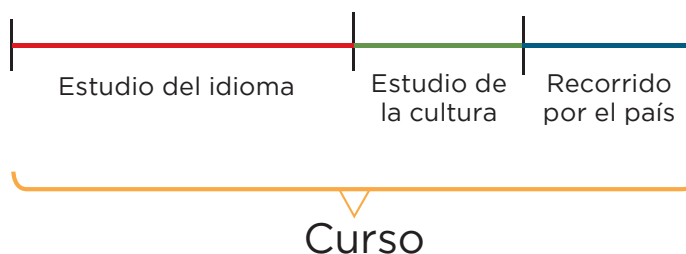
Dueño		
-------	--	--

La dos terceras partes restantes se dividen en cuatro partes iguales, ya que se dará la misma cantidad a las cuatro instituciones.

Dueño		

Aquí se puede observar que las fracciones que se obtienen son doceavos, por lo que la respuesta será que a cada institución se le entregan $\frac{2}{12}$ de la venta de la casa. Es probable que otros alumnos se den cuenta de que esto también equivale a decir que les toca $\frac{1}{6}$ a cada una.

El tercer problema puede representarse gráficamente de la siguiente forma.



En el último problema, algunos alumnos pueden confundirse al no considerar que la tercera parte del dinero para las celebraciones se dividirá en cuatro partes, y que será una de esas cuatro partes la que se usará para platos y vasos. De modo que se tomará $\frac{2}{4}$ de $\frac{1}{3}$, es decir, la mitad de $\frac{1}{3}$, lo cual equivale a $\frac{1}{6}$, como se aprecia en la gráfica de la página siguiente.



Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos analicen el significado y el valor de una fracción decimal.

Contenido

Análisis del significado de la parte decimal en medidas de uso común; por ejemplo, 2.3 metros, 2.3 horas.

Consigna

En parejas, analicen la información de cada uno de los siguientes artículos que se encontraron en la revista *Muy Interesante*. Posteriormente, respondan las preguntas.

**Artículo 1**

¿Sabías que los colibríes...?

Son los pájaros más pequeños que existen. La especie de menor tamaño es el colibrí zunzuncito o elfo de las abejas, que desde la punta del pico hasta la punta de la cola mide entre 4.8 y 5.5 cm, y puede pesar entre 2 y 2.7 g. La especie más grande es el llamado colibrí gigante que llega a medir hasta 25 cm; su peso puede oscilar entre 22.5 y 24 g.



a) ¿Cuántos milímetros puede medir el colibrí zunzuncito desde la punta del pico hasta la punta de la cola?

b) ¿Cuántos miligramos puede pesar el colibrí zunzuncito?

c) ¿Cuántos milímetros más de los que mide un zunzuncito puede medir un colibrí gigante?

d) ¿Cuántos miligramos más de los que pesa un zunzuncito puede pesar un colibrí gigante?

Artículo 2

La población del mundo

Durante 2010 se llevó a cabo en varios países el censo poblacional. De acuerdo con la información reportada por el Inegi, en México hay 112 337 000 habitantes. Se encuentra entre los 12 países más poblados del mundo y es el tercer país más poblado del continente americano.

País	Población aproximada (millones de habitantes)	Lugar que ocupa mundialmente
Brasil	192.38	5º
China	1313.98	1º
Estados Unidos	308.745	3º
India	1241.5	2º
México		11º
Rusia	142.9	8º



- ¿Qué significa .5 en la población aproximada de habitantes de India?

- ¿A cuántos habitantes equivale el número .38 en la población de Brasil?

- ¿A cuántos habitantes equivale el número .9 en la población de Rusia?

- Registren la población de México en la tabla.

Consideraciones previas

Los alumnos han estudiado los números decimales en el contexto de dinero. Ahora se trata de que reflexionen acerca del significado y del valor que tienen estos números en otros contextos; por ejemplo, el de la medición de longitudes, de peso y de habitantes. Es conveniente que los dos problemas se resuelvan y discutan de manera independiente, pues las reflexiones, estrategias y dificultades que resulten del primero pueden ser consideradas para solucionar el segundo.

La primera pregunta acerca del artículo 1 tiene varias respuestas correctas; puesto que la longitud del colibrí zunzuncito va de 4.8 a 5.5 cm, cualquier respuesta comprendida en este intervalo es correcta; la dificultad estriba en traducir 4.8 o 5.5 cm a 48 o 55 mm, ya que la respuesta se pide en milímetros. Al analizar las respuestas es importante aclarar que, por ejemplo, 4.8 cm significa 4 cm y 8 décimas de cm, es decir, 4 cm y 8 mm.

Aun cuando los alumnos interpreten acertadamente el valor de 8 respecto a los 4 enteros, es probable que no todos identifiquen que la décima parte de un centímetro es un milímetro y que, por lo tanto, el 8 representa 8 milímetros, de manera que la expresión 4.8 cm también se puede representar como 48 mm. Si los alumnos tienen dificultad para hacer esta relación, se les puede sugerir que se guíen con la regla graduada.

Se espera que los alumnos apliquen las mismas reflexiones para responder la segunda y la cuarta preguntas en el contexto del peso de los colibríes. Es probable que desconozcan el nombre del submúltiplo del gramo correspondiente a la décima parte; si se considera conveniente, se puede sugerir a los alumnos que den un nombre para las unidades que corresponden a la centésima y a la milésima parte del gramo con los prefijos *centi* (centigramo) y *mili* (miligramo).

Para el segundo problema los alumnos necesitan interpretar el valor de la fracción decimal de una unidad que implica millones de habitantes. Este tipo de situaciones o contextos hacen que los alumnos den respuestas erróneas, como decir que .5 equivale a media persona. En caso de respuestas como ésta, habrá que preguntarles si les parecen lógicas o qué significa media persona.

Finalmente, se espera que trasladen el razonamiento hecho en el caso de los milímetros a este contexto y digan que el valor .5 representa 5 décimas de millón. Dado que una décima de millón equivale a 100 000, 5 décimas son 500 000 habitantes.

También se puede pensar en la multiplicación de la parte decimal por 1000 000 ($.5 \times 1000\,000 = 500\,000$), ya que ésta es la unidad señalada en la cabeza de esa columna.

Para calcular las fracciones que se solicitan en las siguientes dos preguntas, considere la estrategia anterior o el uso de una tabla de valores como la siguiente.

Miles de millón			Millones			Millares			Unidades		
C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U
		1	2	4	1	5	0	0	0	0	0

La última pregunta representa un reto diferente, pues se pide que anoten en la tabla, en millones de habitantes, cuál es la población de México, lo que implica un proceso inverso, es decir, tendrán que dividir 112 337 000 entre 1 000 000, lo que da como resultado 112.337.

Es conveniente pedir a los alumnos que busquen información en periódicos, revistas, libros o algún medio donde se den datos con números decimales y que la compartan con sus compañeros para analizar entre todos cuál es el significado de esa parte decimal.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos interpreten y expliquen la diferencia que existe entre una unidad de medida decimal y una unidad de medida sexagesimal.

Contenido

Análisis del significado de la parte decimal en medidas de uso común; por ejemplo, 2.3 metros, 2.3 horas.

Consigna

Respondan las siguientes preguntas en equipos.

En el diario *El Mensajero Oportuno* se dieron a conocer los resultados del Torneo Nacional de Triatlón que se llevó a cabo en la zona huasteca del país.

**Deportes****Bailes y cantos folclóricos engalanaron la ceremonia de clausura**

Tuxpan, 16 de agosto. Muy emotiva fue la ceremonia con la que se clausuró el Torneo Nacional de Triatlón. Después de varios números musicales, representantes del rico folclor de la región, se entregaron reconocimientos a los deportistas participantes y premios a los ganadores.

Resultados de los ganadores

Participante	Tiempos			Tiempo total	Medalla
	Natación (1.9 km)	Ciclismo (90 km)	Carrera a pie (10.1 km)		
Fernando Moreno	0.5 h	1.4 h	4.8 h	6.7 h	Oro
Pedro Lorenzo	0.6 h	1.6 h	5 h	7.2 h	Plata
Luis Daniel Villa	0.9 h	1.6 h	5.1 h	7.6 h	Bronce

a) ¿Cuántos metros debían nadar los participantes?

b) ¿De cuántos metros consistía la prueba de la carrera a pie?

c) ¿Cuántos minutos hay de diferencia entre las marcas de Pedro y Fernando en la prueba de ciclismo?

d) ¿La diferencia entre los tiempos que hicieron Fernando y Luis Daniel en la prueba de natación es de 4 min? ¿Por qué?

e) ¿Cuántos minutos de diferencia hay entre el tiempo total de los lugares primero y tercero?

f) ¿Significa lo mismo el .1 en 20.1 km que en 5.1 h? ¿Por qué?



Consideraciones previas

Anteriormente los alumnos reflexionaron acerca del significado de la parte decimal de un número cuando se trataba de unidades del sistema decimal; ahora reflexionarán acerca del significado de la parte que está a la derecha del punto en unidades de medida de base sexagesimal. Seguramente la experiencia del desafío anterior les permitirá contestar sin dificultad las preguntas relacionadas con los metros que recorrieron los participantes en dos de las pruebas; sin embargo, no es lo mismo en el caso de las horas y los minutos.

Es probable que algunos alumnos respondan que la diferencia entre las marcas de Pedro y Fernando en la prueba de ciclismo es de 2 min, pues suelen interpretar que la parte decimal de ambos números (1.4 y 1.6) representa los minutos, o sea, la siguiente unidad de medida menor que la hora.

Una manera de ayudarlos a reconocer el error es preguntarles qué significa 1.5 h; en general los alumnos reconocen que se trata de $1\frac{1}{2}$ horas; es decir, 1 h con 30 min. De aquí se desprende que 1.6 h no puede ser una hora con 6 minutos. Se esperaría que dijeran que se trata de un entero y 6 décimos, es decir, una hora completa y 6 décimas partes de una hora, o sea, 36 minutos.

De lo anterior se puede concluir que para saber a cuántos minutos corresponde la expresión .4, se tienen que dividir 60 min (1 h) entre 10 (para saber a qué cantidad corresponde un décimo de hora) y multiplicar el resultado por 4 para obtener 24 minutos.

Otra conclusión que se puede obtener del razonamiento anterior es que la décima parte de una hora son 6 minutos, así que cuando se quiere conocer la equivalencia de los décimos de hora bastará con multiplicarlos por 6. Contar con una tabla puede ser de gran ayuda.

Horas	Minutos
1	60
0.1	6
0.2	12
0.3	18
...	...

Después de este análisis no tendrán ningún problema para responder las siguientes preguntas.

Se debe tener mucho cuidado y no decirles que la fórmula es multiplicar por 6 lo que está después del punto cuando se trate de tiempo, pues así no comprenderán por qué se hace de esta manera y sólo lo repetirán sin reflexionarlo.

Para saber cuál es la diferencia entre los tiempos totales del primer y tercer lugar señalados en la tabla, los alumnos podrían seguir alguna de las siguientes estrategias.

- Calcular la diferencia entre 7.6 y 6.7; esto es, plantear: $7.6 - 6.7 = 0.9$ y después multiplicar $9 \times 6 = 54$ minutos.
- Convertir cada uno de los tiempos mencionados a minutos.
 $6 \times 60 + 7 \times 6 = 360 + 42 = 402$; 6.7 h es igual a 402 minutos.
 $7 \times 60 + 6 \times 6 = 420 + 36 = 456$; 7.6 h es igual a 456 minutos.
Y obtener la diferencia entre 456 y 402 = 54 minutos.

Conceptos y definiciones

El *sistema sexagesimal* emplea como base el número 60; es decir, cada unidad se divide en 60 unidades de orden inferior. Se aplica en la medida del tiempo y en la amplitud de los ángulos.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan, con procedimientos propios, problemas de división con cociente decimal en contextos de dinero o medición.

Contenido

Resolución de problemas que impliquen una división de números naturales con cociente decimal.

Consigna

En parejas, resuelvan los problemas.



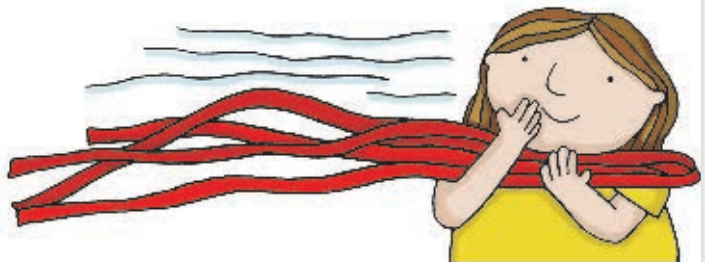
1. Raúl, Manuel, Andrés y Mario quieren comprar un balón con valor de \$150. ¿Cuánto le tocará poner a cada uno si se dividen el costo en partes iguales?



2. Don Fernando les dio \$161 a sus cinco nietos para que se los repartieran en partes iguales, sin que sobrara nada. ¿Cuánto le tocará a cada uno?

3. Si se pagaron \$710 por 200 plumas iguales, ¿cuánto costó cada pluma?

4. Luisa tiene 32 metros de listón para hacer moños. Si quiere elaborar 40 moños del mismo tamaño y usar todo el listón, ¿con qué cantidad de listón hará cada moño?



5. Si un paquete de 100 hojas iguales mide 1 cm de altura, ¿cuál es el grosor de una hoja?



6. La cooperativa de la escuela Leona Vicario entregará a sus 96 socios las ganancias de este año, que fueron de \$5616. ¿Cuánto recibirá cada uno si el reparto es equitativo?



Consideraciones previas

En todos los problemas se espera que los alumnos utilicen procedimientos propios para hallar el resultado; incluso, habrá quienes empleen el algoritmo convencional si así lo deciden. En el caso de los problemas en contextos de dinero, los alumnos están familiarizados con repartos en los que el resultado no es un número exacto de pesos y entonces tienen que recurrir a los centavos. Es probable que el resultado lo den en pesos y centavos, o que utilicen una expresión con punto decimal; ambos casos son válidos, y en la confrontación de resultados debe trabajarse la equivalencia de sendas expresiones.

Por ejemplo, en el segundo problema, al repartir \$161 entre 5, el resultado es \$32 con 20 centavos, o bien \$32.2 o \$32.20. Los procedimientos a seguir son variados; uno de ellos consiste en descomponer 161 en $150 + 10 + 1$ y dividir entre 5 estas cantidades para después sumarlas: $30 + 2 + 0.2$. Si algún alumno decide hacer la división 161 entre 5 utilizando el algoritmo convencional, notará que el residuo es 1; en este caso, debe aclararse que no puede sobrar dinero y tratar de que el alumno comprenda que ese peso aún puede dividirse entre los 5 nietos, con lo que a cada uno le corresponden 20 centavos. En la confrontación convendría comentar en grupo cómo llegar, mediante la división, al resultado 32.2.

Al llegar a 1 en el residuo, se cambia por 10 décimos; por ello se le agrega el cero y cuando se divide 10 entre 5 el resultado es 2, pero como son décimos se coloca un punto en el cociente.

$$\begin{array}{r}
 32.2 \\
 5 \overline{) 161} \\
 \underline{-15} \\
 11 \\
 \underline{-10} \\
 10 \quad \text{(décimos)}
 \end{array}$$

En el cuarto problema se presentan situaciones de medida, en las que los alumnos pueden seguir diferentes procedimientos; por ejemplo, saber que si fueran 4 moños, el resultado sería la cuarta parte de 32; la mitad de 32 es 16 y la mitad de 16 es 8; pero como son 40 moños, aún tienen que sacar la décima de 8, con lo que llegarán al resultado 0.8 m. Quizá algunos alumnos decidan convertir a centímetros los 32 m y después dividir esta cantidad entre 40; en este caso obtendrán como resultado 80 cm. Nuevamente, en la confrontación se debe aprovechar esta situación para comprobar la equivalencia de ambas expresiones.

En el penúltimo problema puede ser que los alumnos razonen que cada hoja medirá la centésima parte de un centímetro y llegarán al resultado 0.01 cm o $\frac{1}{100}$ cm.

Conceptos y definiciones

El *algoritmo* constituye un método para resolver una operación o un problema, mediante una secuencia de pasos a seguir.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos analicen los pasos que se siguen al utilizar el algoritmo usual de la división.

Contenido

Resolución de problemas que impliquen una división de números naturales con cociente decimal.

Consigna

En parejas, resuelvan los problemas mediante el algoritmo usual de la división.



1. Un grupo de campesinos tiene un terreno de 3278 m^2 donde van a sembrar, en partes iguales, cinco tipos de granos diferentes. ¿Qué cantidad de terreno corresponde a cada tipo de grano?

2. La siguiente tabla muestra los productos que cosecharon 16 familias de ejidatarios. Complétenla considerando que se van a repartir los productos cosechados por partes iguales y sin que sobre nada.



Producto	Kilogramos cosechados	Kilogramos por familia
Frijol	2100 kg	
Arroz	2800 kg	
Azúcar	2012 kg	

Consideraciones previas

Si bien es cierto que los alumnos pueden resolver los problemas mediante diferentes procedimientos, es importante que conozcan los más eficientes; es por ello que este desafío se centra en el uso del algoritmo convencional de la división. Los algoritmos convencionales de las operaciones constituyen herramientas poderosas ante muchos problemas y por ello se promueve que los alumnos los aprendan.

En este desafío se trabaja el algoritmo convencional de la división en problemas en los que se tendrá que seguir repartiendo un residuo diferente de cero y, por lo tanto, el cociente tiene punto decimal.

Es probable que en el desafío anterior se haya trabajado la idea de repartir lo que queda y se haya mostrado cómo proceder en estos casos mediante el uso del algoritmo convencional de la división. Si no fue así, se puede iniciar en este momento.

Conviene supervisar el trabajo de los alumnos para que usen el algoritmo de la división. Es probable que al terminar con la parte entera del cociente crean que han finalizado; en tal caso, habrá que señalarles que en todos los problemas se pide que no haya residuo, y se puede preguntar:

- ¿Qué hacer con el residuo?
- ¿Qué se puede seguir dividiendo?
- ¿Qué podríamos hacer para seguir dividiéndolo?

Los alumnos han trabajado ideas del sistema decimal de numeración y de los números con punto decimal; eso les permitirá buscar estrategias para resolver esta situación. Saben que se puede cambiar una unidad por 10 unidades de orden inferior. Si sobran 4 enteros, se pueden cambiar por 40 décimos; si sobran 5 décimos se pueden cambiar por 50 centésimos, y así sucesivamente. En el algoritmo convencional estos cambios se trabajan aumentando ceros al residuo.

Para repartir los 2100 kilogramos de frijol entre las 16 familias, se tiene:

$$\begin{array}{r}
 131.25 \\
 16 \overline{) 2100} \\
 \underline{-16} \\
 50 \\
 \underline{-48} \\
 20 \\
 \underline{-16} \\
 40 \\
 \underline{-32} \\
 80 \\
 \underline{-80} \\
 0
 \end{array}$$

Al residuo 4 enteros se le aumenta un cero para que sean 40 décimos.

Al residuo 8 décimos se le aumenta un cero para que sean 80 centésimos.

Al llegar al residuo 4 enteros, éstos se convierten en décimos aumentando un cero. En este momento se coloca un punto en el cociente para indicar que lo que se está repartiendo ahora son 40 décimos y el resultado son 2 décimos. Al obtener 8 décimos de residuo se aumenta un cero para obtener 80 centésimos, que al dividirlos entre 16 da como resultado 5 centésimos (tal como se muestra en el cociente).

Para reafirmar lo estudiado se sugiere plantear otros problemas y otras divisiones que den resultados con punto decimal hasta milésimos.

Observaciones posteriores

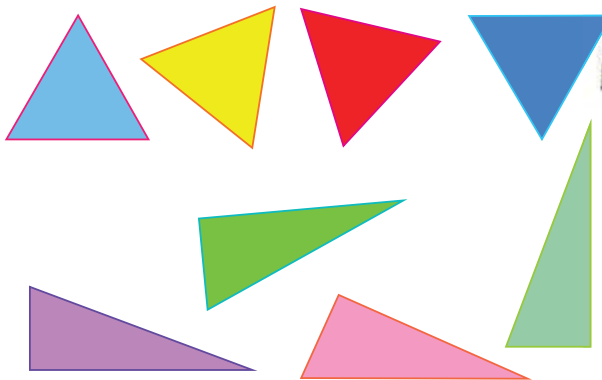
1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos reflexionen sobre las características de las alturas de un triángulo.

Consigna

De manera individual, traza las alturas de cada uno de los siguientes triángulos. Después haz lo que se indica.



Señala con una ✓ si cada uno de los siguientes enunciados es verdadero o falso.

	Falso	Verdadero
a) Todos los triángulos tienen tres alturas.		
b) Todas las alturas son a la vez lados del triángulo.		
c) Las alturas de un triángulo siempre se cortan en un punto.		
d) Una altura de un triángulo es un segmento de recta que va de un vértice y es perpendicular al lado opuesto.		



Contenido

Localización y trazo de las alturas en diferentes triángulos.

Consideraciones previas

Materiales

Por alumno:

- Juego geométrico.

Es probable que los alumnos identifiquen sólo una altura en cada triángulo y no las tres, al considerar el lado horizontal o el de menor pendiente como única base. Por ello, en el momento de la puesta en común es importante plantear preguntas que los lleven a darse cuenta de que cualquier lado puede ser una base y que, por lo tanto, pueden trazarse tres alturas.

Una vez que los alumnos han advertido que a todos los triángulos se les pueden trazar tres alturas, es conveniente que identifiquen las características de este segmento: es perpendicular a un lado (base), y está trazado desde el vértice opuesto.

Además de resaltar que en un triángulo hay tres alturas, es importante observar que en el caso del triángulo equilátero las tres alturas caen dentro de éste, mientras que en el triángulo rectángulo, dos coinciden con algún lado y una cae dentro de él.

La idea principal de este desafío es que los alumnos tracen las tres alturas de triángulos en diferentes posiciones, de modo que puedan comprender la fórmula para calcular su área, contenido que se trabajará posteriormente.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

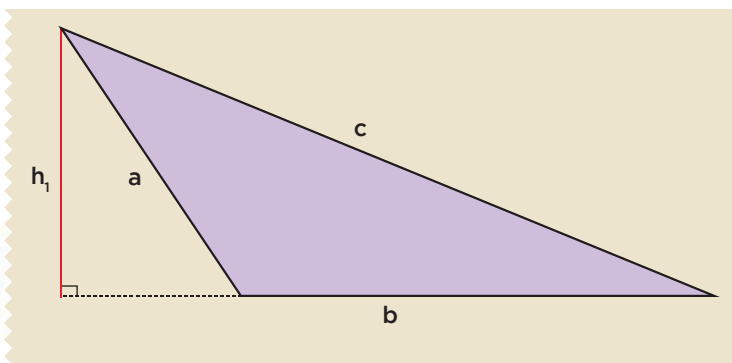
Intención didáctica

Que los alumnos analicen las características de las alturas de un triángulo escaleno.

Consigna

En parejas y con sus instrumentos geométricos, hagan lo que se indica a continuación.

Lidia dice que en un triángulo cualquiera, según el lado que se elija como base, se puede trazar la altura. Por ejemplo, ella trazó la altura (h_1) considerando como base el lado b del siguiente triángulo escaleno.



Tracen la altura (h_2) considerando como base el lado c y tracen la altura (h_3) considerando como base el lado a .

Contenido

Localización y trazo de las alturas en diferentes triángulos.

Consideraciones previas

Materiales

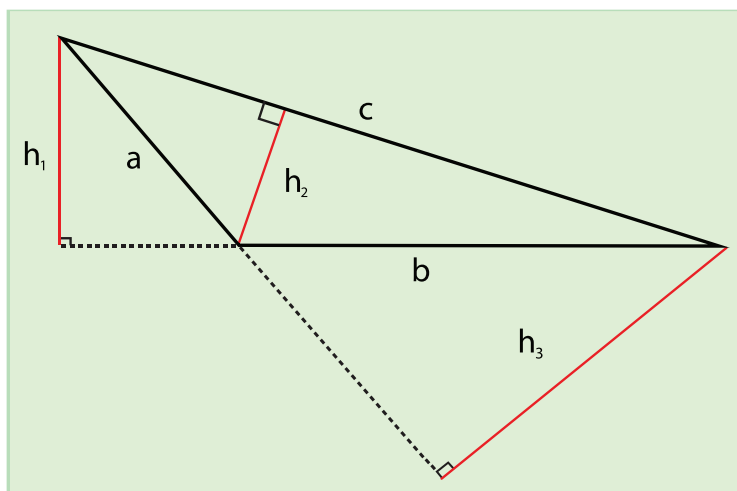
Por pareja:

- Juego geométrico.

Es importante volver a mencionar que en todo triángulo hay tres alturas; algunas caen dentro del triángulo, otras fuera y otras coinciden con algún lado, dependiendo del tipo de triángulo de que se trate.

Anteriormente se dijo que la altura es perpendicular a la base. En cuanto a las alturas de un triángulo escaleno, es necesario, en algunos casos, prolongar la base; por lo anterior, se define con mayor precisión la altura de un triángulo como el segmento perpendicular a un lado o a su prolongación, trazado desde el vértice opuesto.

La dificultad de esta actividad es que para trazar una de las alturas los alumnos deben prolongar uno de los lados del triángulo, como se muestra en el primer caso (h_1). Se espera que puedan trazar las dos alturas que se les piden, como se muestra enseguida.



Observaciones posteriores

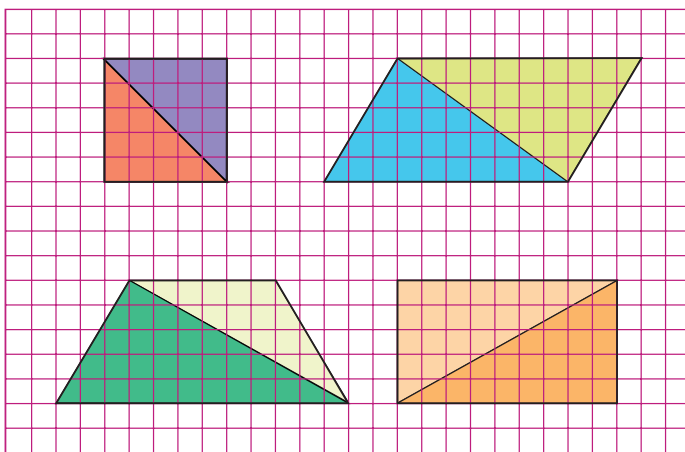
1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen las bases y alturas correspondientes en triángulos obtenidos al trazar una diagonal en cuadrados, rectángulos, trapecios y paralelogramos.

Consigna

En parejas, calculen el área de los dos triángulos de cada figura, verifiquen si la suma de estas áreas equivale al área de la figura completa. Consideren como unidad de superficie un cuadrado y como unidad de longitud un lado de cuadrado.

**Contenido**

Localización y trazo de las alturas en diferentes triángulos.

Consideraciones previas

Materiales

Por pareja:

- Juego geométrico.

Como ya se ha dicho, todo triángulo tiene tres bases y sus correspondientes alturas; por lo tanto, los alumnos están en libertad de medir cualquier par (base-altura) de cada triángulo. Sin embargo, dado que esta actividad está encaminada hacia la deducción de las fórmulas para calcular el área del triángulo, del trapecio y del romboide (expectativas de los contenidos siguientes), sería bueno que los alumnos, en los casos del cuadrado, rectángulo y romboide, identifiquen que los triángulos que los forman tienen un par (base-altura) igual y, por consiguiente, tienen la misma área. Esto puede llevar a la conclusión de que el área de la figura completa es igual a la base por la altura.

En el caso del trapecio, los dos triángulos que lo forman son diferentes y, por lo tanto, no tienen la misma área; sin embargo, ante la pregunta: ¿cómo podríamos obtener directamente el área de la figura completa?, los alumnos, con ayuda del maestro, podrán concluir que se obtiene al multiplicar la suma de las bases por la altura y dividir el resultado entre 2.

Observaciones posteriores

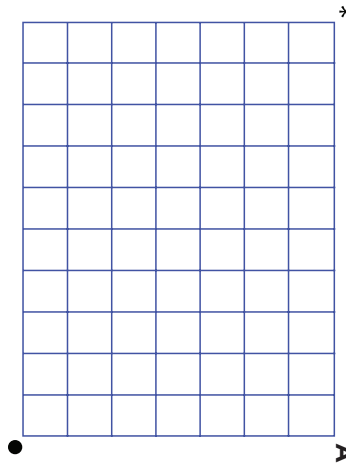
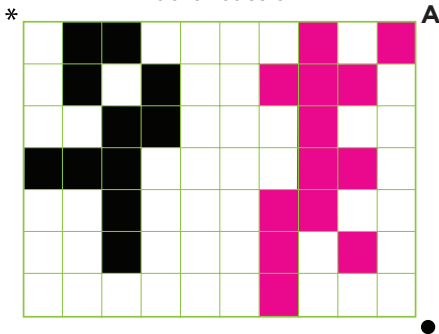
1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos diseñen un sistema de referencia para reproducir figuras hechas en una retícula.

Consigna 1

Individualmente, reproduce en la retícula que está abajo las figuras de la retícula A.



a) ¿Cuántos grados giró la retícula A para llegar a esta posición?

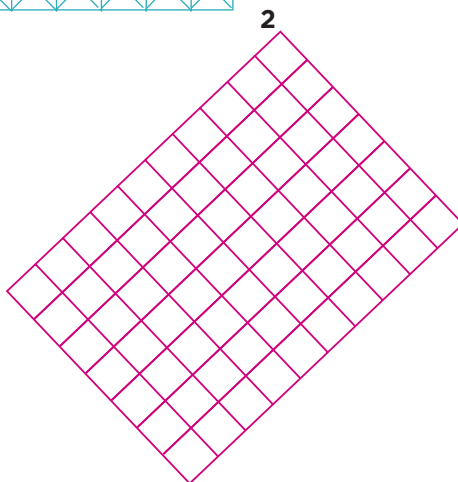
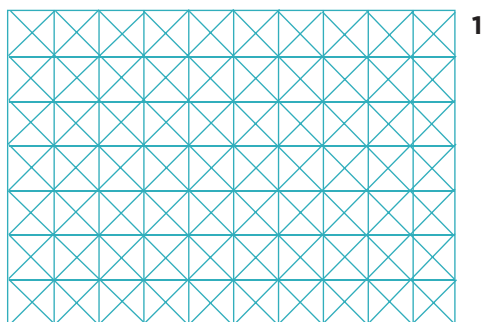
b) Describe brevemente qué hiciste para reproducir las figuras.

Contenido

Reproducción de figuras usando una cuadrícula en diferentes posiciones como sistema de referencia.

Consigna 2

De manera individual, diseña una figura sobre la retícula 1. Al terminar, reúnete con un compañero, intercambien su diseño y reproduzcanlo en la retícula 2.



Consigna 3

Reproduce las figuras del material recortable (página 221) en las retículas (páginas 217 y 219).



Consideraciones previas

Para resolver la primera consigna, los alumnos deberán buscar la orientación adecuada de cada cuadrícula y definir una estrategia para reproducir la figura, ya que la retícula en que van a dibujar no corresponde con la orientación de la figura que reproducirán. Seguramente recurrirán a contar las casillas, o bien buscarán algún código que les permita identificar columnas y filas.

En la segunda consigna, la figura que diseñen puede tener mitades o cuartos de un cuadrito, pues la retícula así lo permite, por lo que al reproducirla en una retícula cuadrada tendrán que poner atención. Otra dificultad a la que se enfrentan es la posición de la retícula.

En la puesta en común se analizarán las diversas estrategias para que entre todos concluyan cuál fue la más sencilla o sintética.

Finalmente (como tarea o en el salón de clases) se les puede invitar a realizar algún diseño para montar una exposición o simplemente para adornar el salón.

Materiales

Por alumno:

- Figuras y retículas (material recortable del libro del alumno, páginas 217 a 221).

Observaciones posteriores

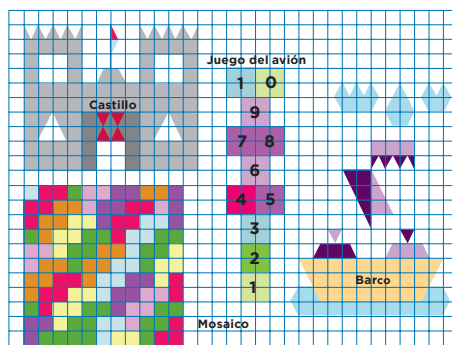
1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

Intención didáctica

Que los alumnos determinen puntos de referencia al tener que reproducir figuras en una retícula.

Contenido

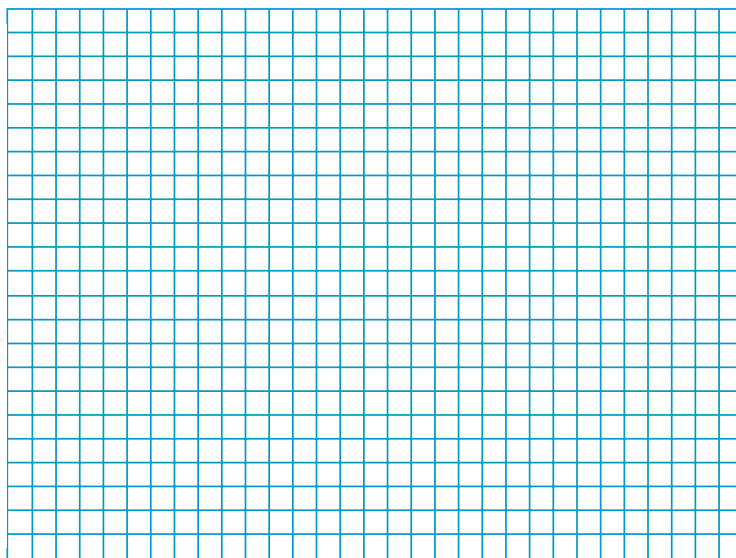
Reproducción de figuras usando una cuadrícula en diferentes posiciones como sistema de referencia.

Consigna

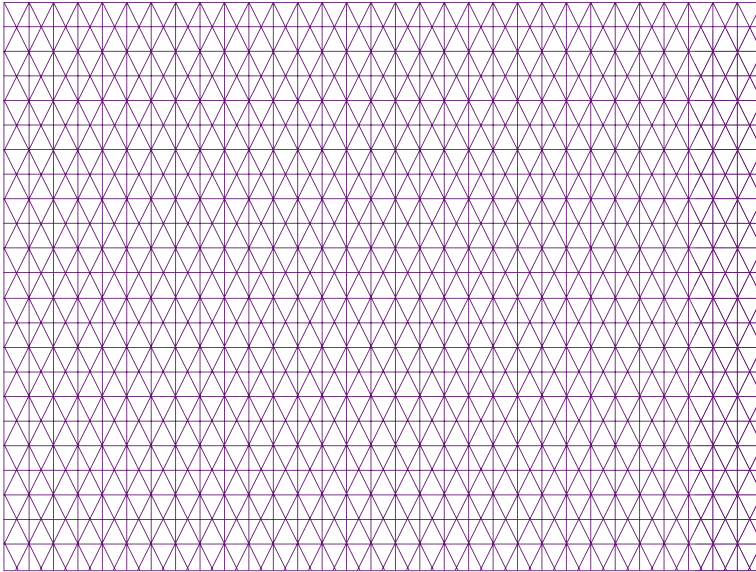
Trabaja individualmente para hacer lo que se indica a continuación.

Elige dos de las figuras que aparecen a la izquierda y reproducélas, del mismo tamaño y en la misma posición, en las retículas que aparecen enseguida, una en la cuadrangular y otra en la triangular. Después contesta las preguntas.

Retícula cuadrangular



Retícula triangular



a) Inés dibujó el castillo en la retícula cuadrangular. Dice que del punto más alto de la bandera hay un cuadrito hacia arriba y seis a la izquierda. ¿Tiene razón? ¿Por qué?

b) Beto dibujó el barco en la retícula triangular. Dice que empezó a dibujar el barco marcando un punto que se localiza seis unidades de abajo hacia arriba y una unidad de derecha a izquierda. ¿Tiene razón? ¿Por qué?



Consideraciones previas

La consigna incluye dos condiciones: que la figura reproducida tenga el mismo tamaño que la original y que ocupe la misma posición en la retícula, lo que significa que si deciden reproducir el mosaico, éste deberá estar dibujado sobre la línea de abajo, dejando un cuadro libre a la izquierda y sus lados abarcarán 11 lados de los cuadros u 11 lados de los triángulos puesto que miden lo mismo.

Se muestran cuatro figuras: el castillo, el juego del avión, el mosaico y el barco. Con ello se espera que los alumnos observen las formas de cada una de las figuras o la posición de los segmentos de recta y puedan elegir el tipo de reticulado que más conviene para reproducirlas.

Las imágenes del juego del avión y del mosaico son formas cuadradas en las que sólo se utilizan segmentos de rectas horizontales y verticales; esto podría orientar a los alumnos a elegir la retícula cuadrangular. Por lo que respecta al castillo y al barco, además de segmentos horizontales y verticales, también se utilizan segmentos oblicuos (inclinados).

Las preguntas 1 y 2 pretenden llamar la atención de los alumnos sobre una opción de usar las retículas como sistemas de referencia para reproducir figuras, que consiste en ubicar los vértices y después unirlos. Se puede ir de las orillas de la retícula (derecha-izquierda, arriba-abajo) hacia los vértices, o a la inversa.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

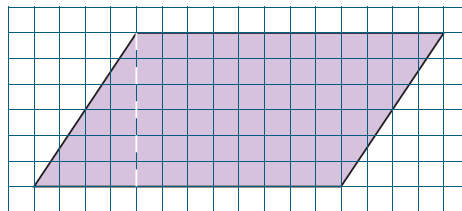
Intención didáctica

Que los alumnos, a partir de la transformación de figuras, deduzcan que el área del romboide se calcula multiplicando la medida de la base por la medida de la altura.

Consigna 1

Individualmente, haz lo que se indica y para ello usa el material recortable (página 215).

- Traza en la cuadrícula un romboide como el que se presenta enseguida.
- Coloréalo y recórtalo.
- Toma en cuenta que la línea punteada representa la altura de la figura.



Contesta:

a) ¿Cuánto mide la altura del romboide?

b) ¿Cuánto mide su base?

**Contenido**

Construcción y uso de una fórmula para calcular el área de paralelogramos (rombo y romboide).

- Recorta el triángulo que se formó con la altura trazada (línea punteada).
- Coloca el triángulo de tal manera que, al unirlo con la otra parte del romboide, se forme un rectángulo. Luego, contesta:

c) ¿Cuánto mide la altura del rectángulo que formaste?

d) ¿Cuánto mide la base?

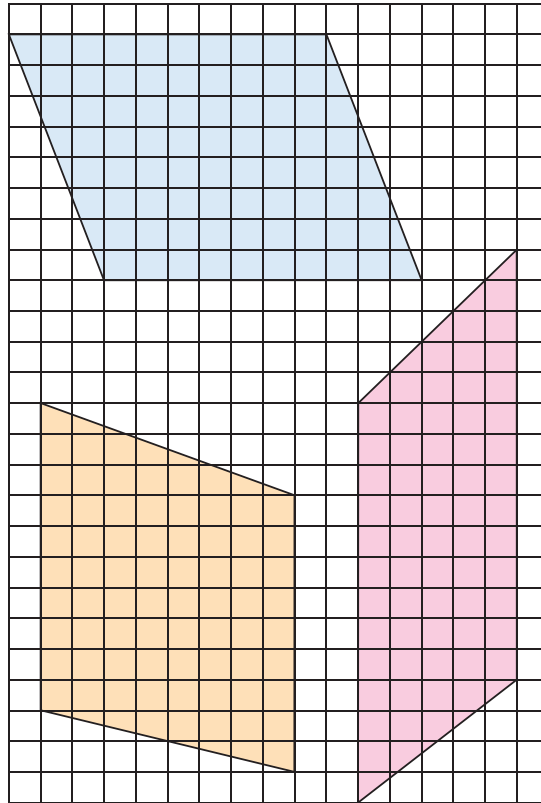
e) Compara las alturas y las bases del romboide y del rectángulo. ¿Cómo son entre sí?

f) Describe cómo se puede calcular el área de un romboide si conoces las medidas de su base y de su altura.



Consigna 2

Calcula el área de los romboides. Cada cuadrado representa 1 cm^2 .
Escribe los resultados sobre las figuras.



Comenta con tus compañeros cómo calculaste el área de los romboides. Compáren sus procedimientos.

Consideraciones previas

Materiales

Por alumno:

- Regla.
- Tijeras.
- Lápices de colores.
- Cuadrícula (material recortable del libro del alumno, página 215).

La intención del desafío es que el alumno deduzca una fórmula para calcular el área del romboide, puesto que éste puede convertirse en un rectángulo de igual base y altura.

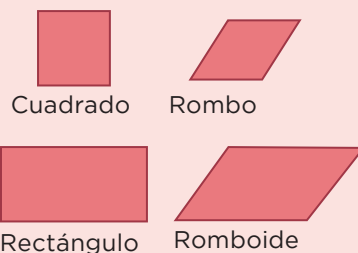
En caso de que tracen un romboide igual, será correcto decir que la altura mide 3 cm y la base 6 cm. Independientemente del tamaño del romboide que hayan trazado, las dimensiones (base y altura) del romboide y del rectángulo deben ser iguales.

La consigna 2 se propone para reafirmar los conocimientos adquiridos, ya que con ella los alumnos pueden poner en práctica los procedimientos que se han utilizado en el grupo.

Conceptos y definiciones

El *romboide* es un paralelogramo de lados y ángulos consecutivos no congruentes.

Paralelogramos



Observaciones posteriores

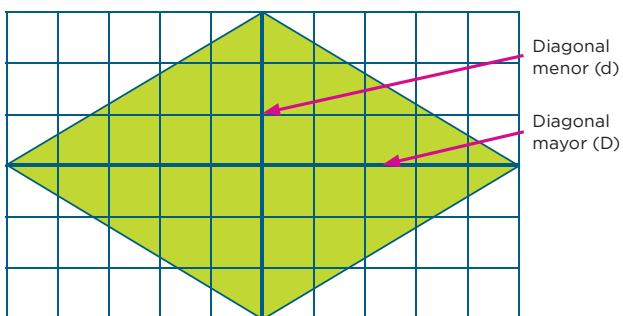
1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

Intención didáctica

Que los alumnos deduzcan que el área del rombo se calcula multiplicando la medida de la diagonal mayor por la medida de la diagonal menor entre dos.

Consigna 1

En parejas, analicen las siguientes figuras y respondan lo que se pregunta. Justifiquen sus respuestas.



Unidad de superficie: 1 cm^2

a) ¿Qué relación hay entre el área del rombo y la del rectángulo?

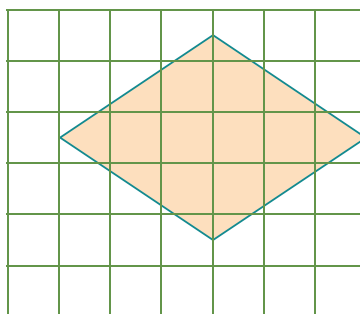
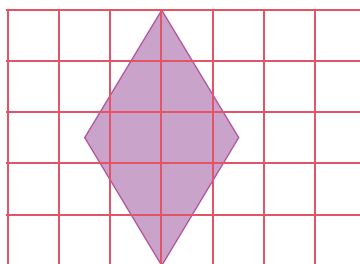
b) ¿Cuál es la fórmula que permite calcular el área de un rombo a partir de sus diagonales? ¿Por qué?

**Contenido**

Construcción y uso de una fórmula para calcular el área de paralelogramos (rombo y romboide).

Consigna 2

Calcula el área de cada uno de los siguientes rombos. Para ello considera que cada cuadrado mide 1 cm^2 .



Consideraciones previas

La intención del desafío es que el alumno deduzca que el área del rombo es la mitad del área del rectángulo que lo circunscribe. Además, que la longitud de la diagonal mayor corresponde a la longitud de la base del rectángulo, y la longitud de la diagonal menor del rombo corresponde a la longitud de la altura.

En caso de que sea necesario, se puede solicitar a los alumnos que tracen en su cuaderno un rombo cuyas diagonales sean iguales a las de la figura y que lo recorten por sus diagonales. Luego, que traten de formar con las cuatro piezas un rectángulo y digan cuáles son las relaciones que observan.

En el caso del inciso *b* se espera que los alumnos concluyan que la fórmula para calcular el área del rombo es el producto de la medida de la diagonal mayor por la medida de la diagonal menor, dividido entre dos.

$$A = \frac{D \times d}{2}$$

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

Intención didáctica

Que los alumnos apliquen un factor constante de proporcionalidad (entero y pequeño) para obtener valores faltantes en una relación de proporcionalidad con magnitudes de la misma naturaleza.

Contenido

Identificación y aplicación del factor constante de proporcionalidad (con números naturales) en casos sencillos.

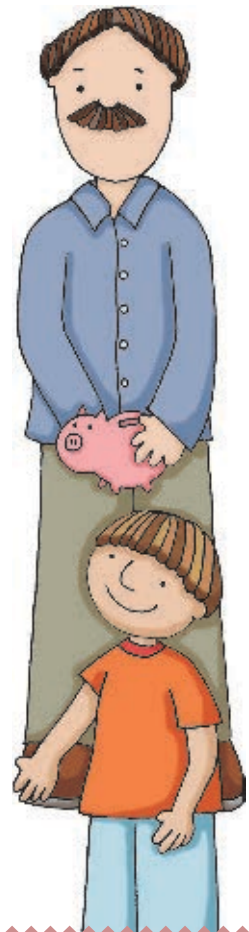
Consigna

En equipos, resuelvan el siguiente problema y después contesten las preguntas.

El señor Laurentino quiere fomentar en su hijo Diego el hábito del ahorro; para ello le propuso que cada semana le daría el doble de la cantidad de dinero que pudiera guardar. En la siguiente tabla aparecen varias cantidades ahorradas por Diego, calculen las cantidades dadas por su papá y complétenla.

Ahorros semanales de Diego (\$)	Aportaciones semanales de su papá (\$)
11	
18	
9	
24	
20	
26	

- a) ¿Qué relación hay entre el dinero que aporta el señor Laurentino y el dinero que ahorra su hijo?



b) ¿Qué operación realizaron para encontrar los valores de la segunda columna?

c) ¿Cuánto tiene que aportar el papá si Diego ahorra \$35?

d) En una ocasión el papá dio a su hijo \$146. ¿Cuánto ahorró Diego?

e) En otra ocasión el papá sólo le dio \$3. ¿Cuánto ahorró Diego?



Consideraciones previas

El desafío tiene la intención de que los alumnos apliquen el factor constante de proporcionalidad para obtener los valores faltantes que se solicitan. El factor constante se presenta en el planteamiento del problema del modo siguiente: “el padre dará el doble de la cantidad que ahorre el hijo”.

Es posible que para obtener los valores de la segunda columna los estudiantes hagan sumas en lugar de multiplicaciones; por ejemplo, $11 + 11$, $18 + 18$, $9 + 9$. Si esto ocurre, habrá que preguntarles por qué número hay que multiplicar los valores de la primera columna para obtener los de la segunda.

Otra pregunta que permite apreciar la ventaja de aplicar un factor en lugar de hacer sumas reiteradas es: ¿qué operación harían para llenar la tabla si el papá de Diego le diera el triple o el cuádruple de la cantidad que ahorra?

Las preguntas c, d y e se plantean con la intención de que los alumnos resuelvan el mismo tipo de problema a partir de diferentes datos.

Conceptos y definiciones

En una relación de proporcionalidad, al número entero o fraccionario que al multiplicarse por cualquier valor de la primera magnitud resulta el valor correspondiente de la segunda magnitud se le llama *factor constante de proporcionalidad*.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

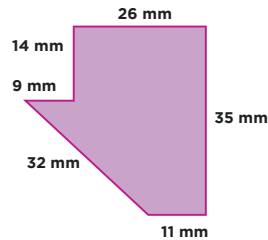
Que los alumnos identifiquen y apliquen el factor constante de proporcionalidad (entero y pequeño) para obtener valores faltantes.

Consigna

En equipos, resuelvan el siguiente problema y respondan las preguntas.

Se quiere reproducir a escala el siguiente dibujo, de tal manera que el lado que mide 11 mm en el dibujo original mida 44 mm en la copia. Encuentren las medidas de los demás lados de la copia.

- a) ¿Qué relación existe entre las medidas de la copia y las de la figura original?



- b) ¿Qué operación realizaron para encontrar las medidas de los lados de la copia?



Quinto grado | 75

Contenido

Identificación y aplicación del factor constante de proporcionalidad (con números naturales) en casos sencillos.

Consideraciones previas

Se espera que los alumnos infieran que la medida de un lado de la copia es igual a la medida del lado correspondiente de la figura original multiplicada por 4. Por lo tanto, el factor constante de proporcionalidad que se multiplica por cada medida de la figura original para encontrar las medidas de los lados de la copia es 4.

La herramienta que permite ordenar los datos y averiguar mejor la relación entre las cantidades correspondientes es una tabla como la siguiente, que puede sugerir a los estudiantes.

Medidas de los lados de la figura original (mm)	Medidas de los lados de la copia (mm)
9	
11	44
14	
26	
32	
35	

Es probable que los alumnos encuentren la diferencia entre 44 mm y 11 mm, únicas medidas conocidas de lados correspondientes, y que sumen este valor (33 mm) a los demás lados de la figura original para obtener las medidas solicitadas. Si esto sucede, se les puede pedir que tracen la copia y observen cómo se deforma la figura original.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen el factor constante de proporcionalidad (entero y pequeño) en una tabla con dos conjuntos de valores que son proporcionales.

Consigna

Individualmente, analiza la relación que hay entre los valores de las dos columnas en cada tabla. Determina en cada caso cuál es el número que debes multiplicar por los valores de la columna de la izquierda para obtener los valores de la columna de la derecha. Escríbelo debajo de cada tabla.

1	
6	30
9	45
2	10
10	50
12	60

2	
17	136
15	120
5	40
12	96
9	72

3	
7	84
15	180
8	96
3	36
11	132

Contenido

Identificación y aplicación del factor constante de proporcionalidad (con números naturales) en casos sencillos.



Consideraciones previas

Se espera que los alumnos no tengan dificultad para encontrar el factor constante de proporcionalidad de las tablas, ya que en cada una hay al menos un par de valores con los que se puede calcular mentalmente; después habrá que verificar si funciona con los demás pares.

Una vez identificado el factor constante y después de haber comprobado su validez, puede concluirse que se trata de una propiedad de una relación de proporcionalidad directa. También se puede afirmar que cada tabla representa una relación de proporcionalidad entre dos conjuntos de valores; al número encontrado se le llama *factor constante de proporcionalidad*.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Bloque III



Intención didáctica

Que los alumnos utilicen diversos recursos para comparar fracciones con el mismo denominador.

Contenido

Comparación de fracciones con distinto denominador, mediante diversos recursos.

Consigna

Organizados en equipos, resuelvan los siguientes problemas.

1. Para decorar un mantel, Sofía compró $\frac{4}{5}$ m de encaje blanco y $\frac{3}{5}$ m de pasalistón. Si el metro de cada uno cuesta \$15, ¿por cuál de los dos materiales pagó más?

¿Por qué?

2. Para obtener pintura de color rosa y envasarla en botes de 1 l, Anselmo combinó pintura de colores rojo y blanco. En un bote mezcló $\frac{6}{8}$ l de pintura roja y $\frac{2}{8}$ l de pintura blanca. En otro bote mezcló $\frac{4}{8}$ l de pintura de cada color. ¿En cuál de los dos botes obtuvo un color rosa más intenso?

¿Por qué?



3. Para preparar tres de sus famosos y deliciosos postres, María utilizó estos ingredientes: $\frac{2}{4}$ l de miel, 3 tazones de $\frac{1}{2}$ l de leche y $\frac{3}{4}$ l de crema. ¿Cuál de los tres ingredientes utilizó en mayor cantidad?
-

4. ¿Cuál de estas fracciones es mayor: $\frac{3}{8}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{5}{8}$?
-

¿Cuántos octavos le hacen falta a la fracción que elegiste para completar un entero?



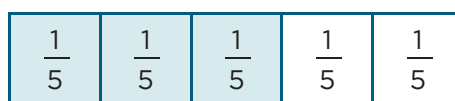
Consideraciones previas

Es importante considerar que aun cuando los alumnos han avanzado en la escritura numérica de las fracciones, es válido que recurran a las representaciones gráficas como estrategia para apoyar sus argumentos o, incluso, que utilicen material concreto, pues son sus experiencias más inmediatas.

Para el primer problema los alumnos no necesitan hacer el cálculo de cuánto se va a pagar por cada material; es suficiente comparar las cantidades de ambos materiales, ya que el precio de los dos es el mismo (\$15 por metro). Es probable que recurran a una representación gráfica para confirmar cuál de las dos fracciones es mayor.



$\frac{4}{5}$ metro de encaje blanco



$\frac{3}{5}$ metro de pasalistón

Se espera que observen que las fracciones comparadas tienen el mismo denominador, por lo que el numerador más grande será el que determina la fracción mayor; y en este caso, como los materiales tienen el mismo precio, a mayor cantidad, el costo es mayor.

Para el segundo problema es importante tomar en cuenta que la proporción entre pintura blanca y roja es la que determina el tono del color rosa resultante. De acuerdo con el texto, la segunda combinación sería más clara que la primera, pues en ésta la proporción de color rojo es mayor que la de color blanco, mientras que en la segunda son iguales. El problema se simplifica al considerar cantidades iguales de pintura rosa (1 l); esto permite comparar las cantidades de cada color en cada mezcla.

Es probable que recurran a un gráfico parecido al siguiente.

Bote 1. Como hay menos pintura blanca que roja, el rosa es más fuerte.



Bote 2. Como hay igual cantidad de pintura blanca que roja, el rosa es más claro.



Es probable que los alumnos retomen algunos aspectos comentados durante la resolución de los problemas anteriores para resolver el tercero, pues en éste se comparan entre sí dos fracciones que tienen el mismo denominador y una fracción diferente. Podrían iniciar relacionando $\frac{2}{4}$ con $\frac{3}{4}$ y definir fácilmente que de ellas la segunda fracción es mayor. Posteriormente, los alumnos podrían reconocer que tres tazones de $\frac{1}{2}$ suman $\frac{3}{2}$ y que $\frac{3}{2}$ es equivalente a $\frac{6}{4}$; en consecuencia, $\frac{6}{4}$ es mayor que $\frac{3}{4}$, ya que su numerador es mayor. Una manera directa de saber qué fracción es mayor es advertir que $\frac{3}{2}$ es mayor que la unidad y que tanto $\frac{2}{4}$ como $\frac{3}{4}$ son menores que uno.

Las preguntas 4 y 5 son muy directas y se pretende que al analizarlas los alumnos usen el criterio de “lo que falta para completar el entero” como un recurso útil en la comparación de fracciones.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos utilicen diferentes recursos para comparar fracciones con distinto denominador.

Contenido

Comparación de fracciones con distinto denominador, mediante diversos recursos.

Consigna

Reúnete con un compañero para resolver los siguientes problemas.

1. Andrés y Guillermo hacen diariamente un recorrido por varias calles como entrenamiento para un maratón. Un día que estaban cansados, Andrés sólo recorrió $\frac{5}{8}$ de la ruta habitual, mientras que Guillermo recorrió $\frac{5}{10}$. ¿Quién de los dos aguantó más?

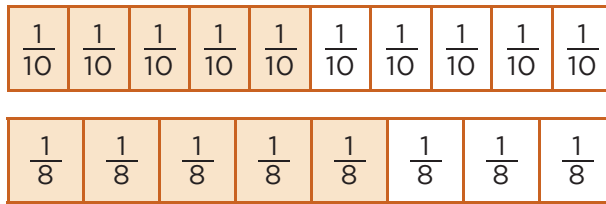
2. Se van a comprar tiras de madera del mismo largo para hacer tres marcos de puerta. El primer marco requiere $\frac{5}{6}$ de la tira, el segundo $\frac{5}{4}$ y el tercero $\frac{11}{8}$ de tira. ¿Cuál de los tres marcos necesita más madera?

3. Ordenen de mayor a menor las fracciones de los siguientes grupos.
 - a) $\frac{5}{8}, \frac{5}{6}, \frac{5}{2}, \frac{5}{3}, \frac{5}{10}$
 - b) $\frac{2}{6}, \frac{5}{6}, \frac{7}{6}, \frac{3}{6}, \frac{10}{6}$
 - c) $\frac{7}{8}, \frac{5}{6}, \frac{1}{2}, \frac{5}{3}, \frac{6}{10}$

Consideraciones previas

Se trata de que los alumnos comparen dos o más fracciones que coinciden con alguna de las siguientes características: igual numerador, igual denominador o con numeradores y denominadores distintos. Evidentemente el tercer grupo presenta un mayor desafío para los alumnos.

Para el primer problema, los alumnos podrían argumentar que $\frac{5}{10}$ es menor, porque $\frac{1}{10}$ es menor que $\frac{1}{8}$, y aunque en los dos casos se toman cinco partes, los décimos son más pequeños, considerando, por supuesto, que las unidades de referencia son iguales.



Otro recurso que pueden utilizar para llegar a la respuesta es relacionar cada fracción con un medio:

- $\frac{5}{10}$ representa la mitad del recorrido, porque el recorrido completo equivale a $\frac{10}{10}$; en cambio, $\frac{5}{8}$ es más de la mitad del recorrido, porque el recorrido completo equivale a $\frac{8}{8}$.

Una forma de resolver el segundo problema es comparar primero $\frac{5}{6}$ con $\frac{5}{4}$, lo cual se puede hacer con el apoyo de alguna representación gráfica; sin embargo, la intención en este momento es que logren utilizar alguno de los siguientes razonamientos.

- $\frac{5}{4}$ es mayor que un entero, $\frac{5}{6}$ es menor que un entero; por lo tanto, $\frac{5}{4}$ es mayor que $\frac{5}{6}$.
- Las dos fracciones tienen igual número de partes, pero los cuartos son más grandes que los sextos; por lo tanto, $\frac{5}{4}$ es mayor.

Tales afirmaciones pueden verificarse al representar las fracciones gráficamente.

Al buscar la fracción mayor, se puede comparar $\frac{5}{4}$ con $\frac{11}{8}$. Los alumnos no pueden utilizar el primer criterio, ya que ambas fracciones son mayores que uno, por lo que tendrán que buscar otras estrategias; una de ellas es transformar $\frac{5}{4}$ en $\frac{10}{8}$, fracción que fácilmente puede compararse con $\frac{11}{8}$. Por lo anterior, el tercer marco requiere mayor cantidad de madera.

En el tercer problema se plantean claramente los tres casos: ordenar fracciones con igual numerador, con igual denominador, y con numeradores y denominadores diferentes. Se espera que los alumnos no tengan dificultad para ordenar los dos primeros grupos, pero seguramente requerirán ayuda para analizar el tercero.

Con el trabajo realizado hasta ahora, los alumnos podrán dar significado a los números fraccionarios para hacer la comparación; identificarán en el grupo una fracción mayor que uno: $\frac{5}{3}$, que es mayor que todas las demás. Entre las que quedan, a $\frac{7}{8}$ le falta menos para completar la unidad: sólo $\frac{1}{8}$; después está $\frac{5}{6}$, a la que sólo le falta $\frac{1}{6}$ para completar la unidad; finalmente, de las dos que quedan, una es $\frac{1}{2}$ y la otra equivale a un poco más que $\frac{1}{2}$. Este tipo de reflexiones son las que denotan que los alumnos realmente están dando significado a los números fraccionarios. Hay que impulsar esta forma de trabajo en vez de la memorización de reglas.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos utilicen diversos recursos para sumar o restar fracciones mentalmente.

Consigna

De manera individual, resuelve mentalmente las siguientes operaciones; utiliza el procedimiento más breve posible. Escribe en la tabla los resultados y los procedimientos que utilizaste.

Cálculo	Resultado	Procedimiento
El doble de $\frac{1}{3}$		
El triple de $\frac{2}{7}$		
La mitad de $\frac{4}{5}$		
La mitad de $\frac{5}{6}$		
$\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$		
$\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$		
$\frac{2}{3} + 1$		
$\frac{2}{5} + \frac{3}{5}$		
$1 - \frac{3}{4}$		

Contenido

Uso del cálculo mental para resolver adiciones y sustracciones con números fraccionarios y decimales.

Consideraciones previas

La intención de este desafío es que los alumnos encuentren caminos cortos o atajos para resolver cálculos sencillos y usuales con números fraccionarios; por ejemplo, la mitad de $\frac{7}{15}$, $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$, etcétera. Es importante mencionar que en este momento no se trata de aplicar los algoritmos convencionales, sino de construir procedimientos rápidos y memorizar ciertos resultados que permitan a los alumnos resolver operaciones más complejas.

Para obtener el doble de $\frac{1}{3}$ es posible que los alumnos escriban $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$ e intenten aplicar el algoritmo convencional para sumar dos fracciones con el mismo denominador. Si es así, es importante discutir sobre otros caminos más cortos. Se espera que adviertan que basta con duplicar el numerador para encontrar el resultado.

Para obtener la mitad de $\frac{4}{5}$ es probable que los alumnos infieran que basta con obtener la mitad del numerador, lo cual es correcto; pero aplicar el mismo criterio para obtener la mitad de $\frac{5}{6}$ no funciona, porque 5 no tiene mitad entera; entonces necesitarán buscar otros caminos, como obtener una fracción equivalente a $\frac{5}{6}$ con numerador par ($\frac{10}{12}$) y, posteriormente, sacar la mitad del numerador, para obtener finalmente $\frac{5}{12}$.

A partir de este análisis, se espera que los alumnos noten que un procedimiento más rápido consiste únicamente en duplicar el denominador. En los casos de $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ y $\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$, el camino rápido es utilizar equivalencias conocidas por los alumnos como $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ y utilizarlas para obtener el resultado sumando únicamente los numeradores.

En el caso de $\frac{2}{3} + 1$ es posible que los alumnos obtengan como resultado $1\frac{2}{3}$ (número formado por los sumandos), o bien que utilicen la equivalencia $1 = \frac{3}{3}$, los cuales, sumados con los $\frac{2}{3}$ del otro sumando, dan como resultado $\frac{5}{3}$.

En el último caso es importante que identifiquen y memoricen ciertas fracciones que sumadas dan como resultado uno; por ejemplo, $\frac{3}{4} + \frac{1}{4}$; entonces, si a un entero se le quitan $\frac{3}{4}$, rápidamente se deduce que queda $\frac{1}{4}$. Otra forma de proceder es recordar que un entero es igual a $\frac{4}{4}$ y, si a éstos se le restan $\frac{3}{4}$, nuevamente se obtiene $\frac{1}{4}$.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos utilicen diversos recursos para sumar o restar mentalmente números decimales.

Consigna

De manera individual y mentalmente, resuelve las siguientes operaciones; utiliza el procedimiento más breve posible. Escribe en la tabla los resultados y los procedimientos que utilizaste.

Cálculo	Resultado	Procedimiento
El doble de 0.25		
El doble de 0.5		
La mitad de 2.6		
La mitad de 2.7		
$0.25 + 0.75$		
$0.25 + 9.75$		
$0.20 + 0.30$		
$1 - 0.2$		

**Contenido**

Uso del cálculo mental para resolver adiciones y sustracciones con números fraccionarios y decimales.

Consideraciones previas

El propósito de este desafío es que los alumnos elaboren caminos cortos o atajos para resolver cálculos sencillos y usuales con números decimales; por ejemplo, la mitad de 4.6, el doble de 0.28, $10 - 1.50$, etcétera. En este momento no se trata de que apliquen los algoritmos convencionales, sino de que construyan procedimientos rápidos y memoricen algunos resultados que les permitan resolver operaciones más complejas.

Para calcular dobles y mitades de decimales es posible que los alumnos utilicen procedimientos que se basan en la descomposición de los números, busquen sus mitades o dobles y luego las sumen. Por ejemplo, para obtener el doble de 0.25 es probable que consideren el doble de 0.20 y el doble de 0.05 y luego los sumen: $0.40 + 0.10 = 0.50$; o, simplemente, dupliquen 25 y agreguen el punto decimal, por tratarse de centésimos.

En el caso de la mitad de 2.6 los alumnos podrían razonar que $1.3 + 1.3 = 2.6$, o calcular la mitad de 2 más la mitad de 0.6, es decir, $1 + 0.3$; sin embargo, al intentar aplicar este criterio para obtener la mitad de 2.7 no funciona. En este caso, se tendrían que convertir los 7 décimos a centésimos y luego aplicar el mismo criterio; es decir, calcular la mitad de 2 más la mitad de 0.70, con lo que resulta $1 + 0.35 = 1.35$.

En los otros casos, la intención es que los alumnos identifiquen y memoricen ciertos decimales que sumados dan 10, uno o la mitad de uno. Por ejemplo: $0.25 + 9.75 = 10$, $0.5 + 0.5 = 1$, $0.25 + 0.75 = 1$, $0.20 + 0.30 = 0.50$. También es importante que identifiquen y memoricen que un entero es igual a 10 décimos o 100 centésimos; por ejemplo, si a un entero se le quitan 2 décimos (0.2), rápidamente se deduce que quedan 8 décimos (0.8).

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos adviertan que en una división el residuo (r) es igual al dividendo (D) menos el producto del divisor (d) por el cociente (c): $r = D - d \times c$.

Consigna

En parejas, realicen lo que se indica a continuación.

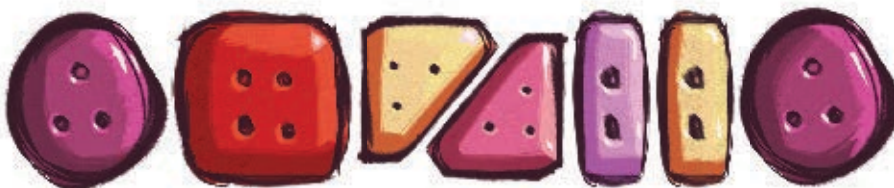
Por las tardes, Sonia le ayuda a su mamá a empaclar botones en bolsitas. Para ello, todos los días anota cuántas bolsitas de ocho piezas puede armar.



1. Completen las anotaciones de Sonia.

Cantidad de botones	Cantidad de bolsitas	Cantidad de botones que sobran
39	4	
84	10	
125	15	
222	27	
364	45	
387	48	
450	56	

2. Escriban cómo determinaron la cantidad de botones que sobran en cada caso.

**Contenido**

Análisis de las relaciones entre los términos de la división, en particular, la relación $r = D - (d \times c)$, a través de la obtención del residuo en una división hecha en la calculadora.

Consideraciones previas

Este trabajo se inició en el bloque I, cuando los alumnos analizaron las relaciones entre los elementos de la división.

El objetivo de este desafío no es que los alumnos escriban la expresión $r = D - d \times c$, ni que se les enseñe esta relación, sino que identifiquen la relación del residuo con los demás elementos, es decir, por qué, si se conocen el dividendo, el cociente y el divisor, se puede obtener el residuo restando al dividendo el producto del divisor y el cociente.

Se espera que al completar la tabla los alumnos concluyan que el residuo se puede obtener al relacionar el dividendo, el divisor y el cociente; por ejemplo, para determinar la cantidad de botones que sobran (residuo) de un total de 84 botones (dividendo), basta con multiplicar la cantidad de botones en cada bolsita (divisor) por la cantidad de bolsitas (cociente) y el resultado restarlo al dividendo; es decir: $r = 84 - 8 \times 10 = 4$.

Es probable que algunos alumnos no busquen estas relaciones y que para obtener el residuo hagan las divisiones correspondientes. Si esto ocurre, se les puede plantear la pregunta: ¿cómo se puede obtener el residuo a partir del dividendo, el divisor y el cociente, sin hacer la división?

Con esta pregunta quizá traten de buscar las relaciones entre los elementos y concluyan que el residuo es igual al dividendo menos el producto del divisor por el cociente.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos determinen cómo obtener el residuo entero a partir de una división resuelta con calculadora.

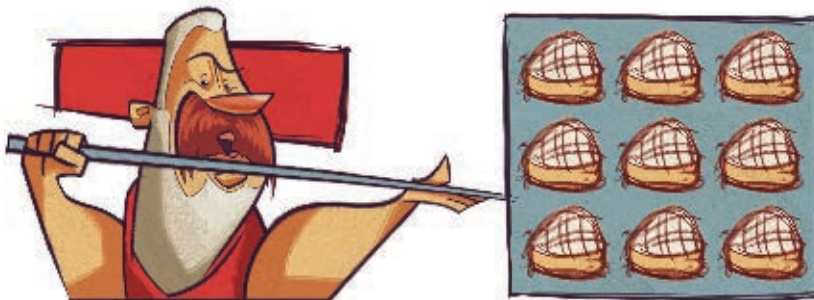
Consigna

En parejas, analicen la siguiente información y hagan lo que se pide.

En una panadería se empaca pan en recipientes de 24 piezas. La persona responsable de llevar el control debe registrar la cantidad de piezas producidas, la cantidad de recipientes que se obtienen y el número de piezas sobrantes.

Completen la siguiente tabla utilizando la calculadora.

Piezas de pan producidas	Número en la pantalla de la calculadora	Recipientes que se obtienen	Piezas de pan que sobran
246	10.25	10	6
276	11.5		
282	11.75		
291		12	
309			
315			

**Contenido**

Análisis de las relaciones entre los términos de la división, en particular, la relación $r = D - (d \times c)$, a través de la obtención del residuo en una división hecha en la calculadora.

Consideraciones previas

El desafío de esta actividad es que a partir del cociente que resulta de hacer las divisiones mediante la calculadora los alumnos determinen el residuo, ya que en todos los casos se obtiene un número decimal.

Seguramente los alumnos interpretarán sin dificultad que, del número que aparece en la pantalla, la parte entera corresponde a la cantidad de recipientes que se llenan con 24 piezas de pan. Para calcular las piezas sobrantes pueden utilizar lo visto en la sesión anterior y multiplicar el divisor por la parte entera del cociente, y después restar este resultado al dividendo; por ejemplo:

Si se elaboran 282 piezas de pan: $282 \div 24 = 11.75$, que es el resultado obtenido en la calculadora,

$$24 \times 11 = 264$$

$$282 - 264 = 18$$

Por lo tanto, .75 equivale a 18 piezas de pan.

Aun cuando la intención en este desafío es que los alumnos apliquen la relación $r = D - d \times c$, es posible que surjan procedimientos de orden diferente, como interpretar la parte decimal del resultado de la calculadora.

$11.5 = 11 \frac{1}{2}$, ya que 5 es la mitad del total de panes de un recipiente, y la mitad de 24 es 12; entonces, .5 equivale a 12 panes.

Si bien este razonamiento es correcto, probablemente no les resulte tan fácil y práctico calcular $\frac{125}{1000}$ de 24 ($291 \text{ piezas} \div 24 = 12.125$) u $\frac{875}{1000}$ de 24 ($309 \text{ piezas} \div 24 = 12.875$) y decidan utilizar el primer procedimiento.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos apliquen las relaciones entre los términos de la división al proponer divisiones que cumplen con la condición de un residuo predeterminado.

Consigna

Reúnete con un compañero para resolver el siguiente reto.

Inventen tres divisiones que puedan ser resueltas mentalmente y cuyo residuo sea 300

a) ¿Se pueden escribir más divisiones con estas condiciones?

¿Cuáles?

b) ¿Cuántas divisiones se pueden escribir?

¿Por qué?

**Contenido**

Análisis de las relaciones entre los términos de la división, en particular, la relación $r = D - (d \times c)$, a través de la obtención del residuo en una división hecha en la calculadora.

Consideraciones previas

A simple vista el reto puede parecer fácil; no obstante, para resolverlo, los alumnos deben considerar las relaciones entre los diferentes términos de la división que hasta este momento se han estudiado y analizado. Es probable que inicien probando azarosamente con varios números. Por ejemplo, “si divido $500 \div 2$, toca a 100 y sobran 300” o “puedo dividir $400 \div 1$ para que me den 100 y sobren 300”, “divido $600 \div 2$, toca a 150 y me sobran 300”, etcétera.

Evidentemente los ejemplos anteriores sólo responden al hecho de plantear una división cuyo residuo es 300; sin embargo, ninguno de ellos toma en cuenta que el residuo siempre debe ser menor que el divisor, pues si es igual o mayor, alcanza para hacer otros agrupamientos de la misma cantidad que indica el divisor. Es decir, que las opciones arriba señaladas muestran que los alumnos no han comprendido la relación entre los elementos de la división.

Con el primer par de preguntas se pretende que los alumnos busquen otras posibles respuestas, así como promover de alguna forma que comprueben si el razonamiento y el procedimiento que utilizaron para escribir una división sirve para escribir otras. Esto es, que pongan a prueba su procedimiento.

Un aspecto importante que puede surgir en el grupo es que observen que a partir de una división correcta pueden obtener otras; por ejemplo, si cada vez suman el valor del divisor al dividendo.

División	Cociente	Residuo
$700 \div 400$	1	300
$1100 \div 400$ ($700 + 400 = 1100$)	2	300
$1500 \div 400$ ($1100 + 400 = 1500$)	3	300

División	Cociente	Residuo
$601 \div 301$	1	300
$902 \div 301$ ($601 + 301 = 902$)	2	300
$1\ 203 \div 301$ ($902 + 301 = 1\ 203$)	3	300

Al hacerlo se obtienen cocientes sucesivos: 1, 2, 3... y el residuo se mantiene (300).

Otra posibilidad es que sumen al dividendo y al divisor el residuo de la primera división para obtener otras con un mismo cociente y residuo (300). Por ejemplo:

División	Cociente	Residuo
$700 \div 400$	1	300
$1\,000 \div 700$	1	300
$1\,300 \div 1\,000$	1	300

La segunda pregunta se relaciona con este razonamiento; es muy probable que los alumnos logren darse cuenta de que las posibilidades son muchas, todas en las que el divisor sea mayor que el residuo, y que la persona que las resuelva pueda hacerlo mentalmente.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

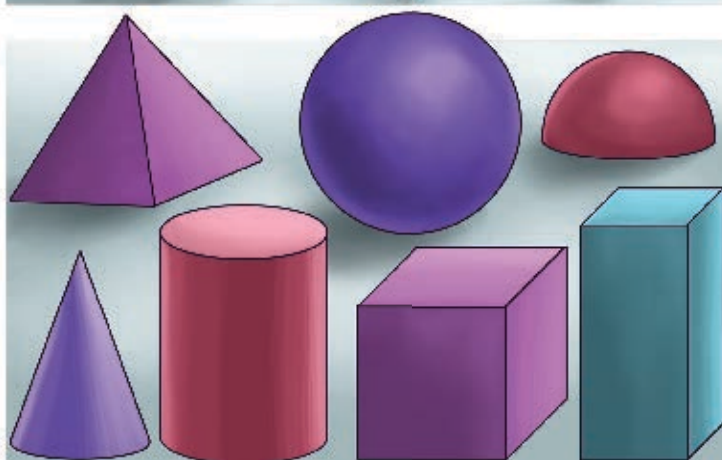
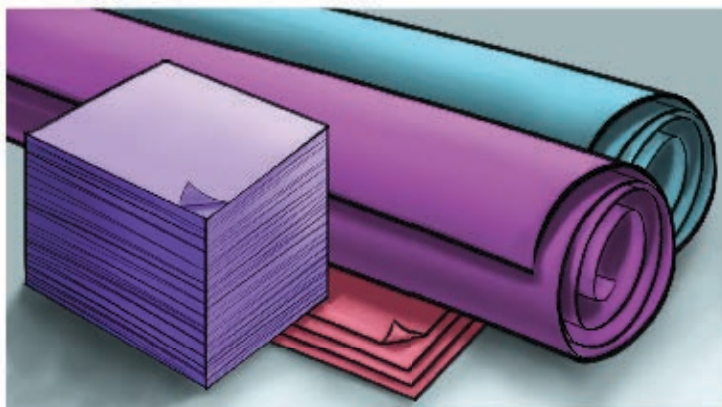
Que los alumnos reflexionen sobre las propiedades de algunos cuerpos geométricos al construirlos.

Contenido

Construcción de cuerpos geométricos con distintos materiales (incluyendo cono, cilindro y esfera). Análisis de sus características referentes a la forma y al número de caras, vértices y aristas.

Consigna

Formen equipos de trabajo. A cada equipo, el maestro entregará una tarjeta con la descripción de un cuerpo geométrico; la tarea consiste en construir ese cuerpo con los materiales que indique el maestro, eligiendo los que les parezcan adecuados.



Consideraciones previas

Es importante que prepare las tarjetas con las descripciones de los cuerpos geométricos para dar una a cada equipo, así como los materiales para construir el cuerpo designado, de manera que los alumnos puedan elegir los más convenientes.

Una vez que la mayoría de los equipos haya construido el cuerpo geométrico que le tocó, deberán elegir algunos para leer la descripción ante el grupo y presentar el cuerpo construido. Se trata de que colectivamente analicen la correspondencia entre lo que se quiso hacer y lo que se hizo.

Para realizar la actividad se sugiere organizar al grupo en siete equipos y repartir una tarjeta a cada uno. En las tarjetas se han incluido descripciones de cuerpos geométricos o sólidos con todas las caras planas, también llamados *poliedros*, como las pirámides, los prismas y el cubo; cuerpos de caras curvas, como la esfera, y cuerpos con caras planas y curvas, como el cilindro, el cono y la semiesfera. En el caso de las aristas, hay cuerpos sin ellas, o bien con todas rectas o con todas curvas.

Materiales

Por equipo:

- Una tarjeta con la descripción de un cuerpo geométrico.
- Materiales como plastilina, barra de jabón, popotes, palitos de madera, palillos, hojas de fomi, etcétera.

Las descripciones hacen referencia a los siguientes cuerpos:

- Cubo. Las seis caras son planas, cuadradas y del mismo tamaño. Todas las aristas son rectas.
- Prisma. Todas las caras son planas, algunas son siempre rectangulares. Tiene dos caras iguales entre sí, que pueden ser diferentes a un rectángulo. Todas las aristas son rectas.

Ésta es una descripción generalizada para todos los prismas. El número de caras y vértices no se puede especificar, pues varía de acuerdo con el número de lados de la base, que a su vez determinan el nombre del prisma. En este caso, los alumnos podrían construir cualquiera. Es importante que en la puesta en común se les cuestione si el sólido construido es la única respuesta que se ajusta a la descripción de la tarjeta, y de haber otras, cuáles serían.

- Pirámide. Todas las caras son planas, algunas son siempre triangulares. Puede tener una cara diferente a un triángulo. Todas las aristas son rectas.

Al igual que en el caso de los prismas, la descripción que se incluye en esta tarjeta es aplicable a todas las pirámides, por lo que también se espera que los alumnos construyan cualquier pirámide. Además de preguntarles acerca de las posibilidades que tuvieron para responder y ajustarse a la descripción, es importante que se haga hincapié en las propiedades de estos cuerpos, que las diferencian de los prismas, como el número de bases, la forma de sus caras laterales y el número de vértices.

- Esfera. La única cara es curva. No tiene aristas.

Esta descripción también hace alusión al cuerpo geométrico llamado toro, que tiene la forma similar a una dona, rosca o salvavidas. Una manera de acercar a los alumnos a esta figura consiste en preguntarles si conocen algún cuerpo diferente a la esfera que tenga estas características; posteriormente, presentar algún ejemplo y analizarlo para establecer la propiedad que determina la diferencia entre ambos cuerpos.

- Cono. Tiene una cara plana circular y una cara curva. La única arista es curva. Tiene un vértice.
- Cilindro. Tiene dos caras planas circulares y una cara curva. Todas las aristas son curvas.
- Semiesfera. Tiene una cara plana de forma circular y una cara curva. La única arista es curva. No tiene vértices.

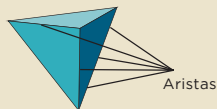
Aun cuando en otros grados los alumnos han tenido un acercamiento a los cuerpos geométricos, podría darse el caso de que desconocieran sus nombres. Es válido que utilicen palabras como *barquillo* para nombrar el cono, *pelota* o *bola* para nombrar la esfera, *dado* para el cubo o, inclusive, que usen *picos* u *orillas* para referirse a los vértices y las aristas, respectivamente. Si esto sucede, se les puede apoyar mencionando los términos correctos. Es probable que también haya confusión entre caras, aristas y vértices, principalmente entre los dos últimos, por lo que es importante hacer las aclaraciones necesarias.

Si los equipos se integraran con más de cinco alumnos, es conveniente aumentar el número de equipos, de tal forma que cada tarjeta le corresponda a dos equipos; esto enriquecería la discusión en la puesta en común, ya que permitiría observar diferentes interpretaciones y resultados. También conviene que sean los alumnos quienes evalúen si los cuerpos construidos cumplen con las características mencionadas.

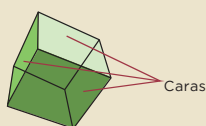
Los cuerpos construidos en esta sesión son materiales necesarios para desarrollar el siguiente desafío.

Conceptos y definiciones

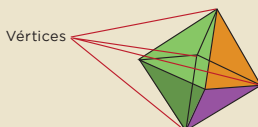
En un cuerpo geométrico se le llama *arista* a la línea donde se intersecan dos caras.



En un cuerpo geométrico se llama *cara* a cada una de las superficies que lo forman.



En geometría, *vértice* es el punto donde dos o más líneas se encuentran.



Tarjetas con la descripción de los cuerpos geométricos.

Tiene dos caras planas circulares y una cara curva. Todas las aristas son curvas.

Las seis caras son planas, cuadradas y del mismo tamaño. Todas las aristas son rectas.

Todas las caras son planas, algunas son siempre triangulares. Puede tener una cara diferente a un triángulo. Todas las aristas son rectas.

Tiene una cara plana circular y una cara curva. La única arista es curva. Tiene un vértice.

La única cara es curva. No tiene aristas.

Todas las caras son planas, algunas son siempre rectangulares. Tiene dos caras iguales entre sí, que pueden ser diferentes a un rectángulo. Todas las aristas son rectas.

Tiene una cara plana circular y una cara curva. La única arista es curva. No tiene vértices.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen el número de caras, aristas y vértices de cuerpos geométricos, y que los clasifiquen utilizando *todos* y *algunos* en relación con ciertas propiedades.

Contenido

Construcción de cuerpos geométricos con distintos materiales (incluyendo cono, cilindro y esfera).
Análisis de sus características referentes a la forma y al número de caras, vértices y aristas.

Consigna

Con un compañero, realiza las siguientes actividades. Utilicen los cuerpos construidos en el desafío anterior.

1. Completen la siguiente tabla. En los casos de la pirámide y el prisma, terminen de escribir sus nombres de acuerdo con la forma de sus bases.

Nombre del cuerpo	Número total de caras	Número de caras planas	Número total de aristas	Número de aristas curvas	Número de vértices
Cilindro					
Cono					
Cubo					
Esfera					
Pirámide					
Prisma					
Semiesfera					
Toro (dona)					

2. Contesten las siguientes preguntas; tomen en cuenta la información que anotaron en la tabla anterior.

a) ¿Qué cuerpos tienen todas las caras planas?

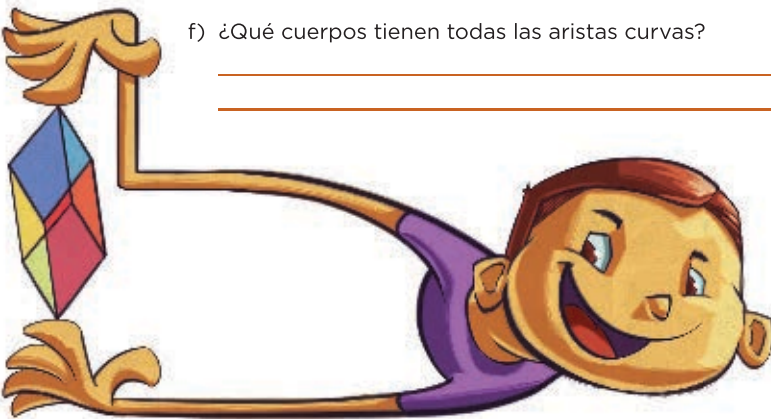
b) ¿Qué cuerpos tienen algunas caras planas?

c) ¿Qué cuerpos no tienen caras planas?

d) ¿Qué cuerpos tienen al menos una cara curva?

e) ¿Qué cuerpos tienen algunas aristas rectas?

f) ¿Qué cuerpos tienen todas las aristas curvas?



Consideraciones previas

En el desafío anterior los alumnos construyeron cuerpos geométricos para estudiar algunas de sus propiedades; ahora se trata de manipular estos cuerpos para contar sus caras, aristas y vértices. Se incluye una columna con el número de caras planas y otra con el número de aristas curvas, dado que estas características son objeto de estudio. Los cuerpos considerados fueron seleccionados con la finalidad de reflexionar en torno a las nociones de *cara*, *cara plana*, *cara curva*, *arista*, *arista recta*, *arista curva* y *vértice*. Así, tenemos cuerpos con varios vértices, como el prisma; cuerpos sin vértices, como la semiesfera y el cilindro; cuerpos sin aristas, como la esfera; otros con aristas únicamente curvas, como el cilindro; cuerpos con caras planas, como la pirámide, y otros con caras curvas, como la esfera. Antes de advertir el número de dichos elementos en los cuerpos geométricos seleccionados, es importante aclarar a todos los alumnos las nociones correspondientes.

En los casos de la pirámide y del prisma, los números de caras, aristas y vértices dependen del número de lados que tengan las bases. Los alumnos deben anotar el nombre del prisma o de la pirámide en la tabla, o simplemente decir “cuya base tiene n lados”.

La segunda actividad tiene la finalidad de que los alumnos agrupen los cuerpos estudiados según las caras (planas o curvas) y las aristas (rectas y curvas). Es importante el uso adecuado de las palabras *todos* y *algunos*. Por ejemplo: el cubo, la pirámide y el prisma tienen todas sus caras planas; el cilindro sólo tiene dos caras planas y una curva.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos asocien características geométricas con el sólido al que corresponden.

Consigna

Reúnete con dos compañeros para jugar Manotazo. Las reglas son las siguientes.

- Cada equipo dispone de un juego de 16 cartas que se encuentran en el material recortable (páginas 211 y 213): ocho contienen la descripción de un cuerpo geométrico y las otras ocho los nombres de esos cuerpos.
- Uno de los jugadores tendrá las cartas con las descripciones. Las cartas con los nombres se colocarán al centro con el nombre hacia arriba.
- El jugador que tenga las cartas leerá en voz alta las descripciones, mientras los otros dos jugadores escucharán y tratarán de averiguar a qué cuerpo geométrico corresponden.
- El juego consiste en tomar antes que el contrincante la carta correcta. En caso de que la carta seleccionada no sea la correcta, se regresará al lugar donde se encontraba.
- El jugador que consiga más cartas será el ganador.

**Contenido**

Construcción de cuerpos geométricos con distintos materiales (incluyendo cono, cilindro y esfera).
Análisis de sus características referentes a la forma y al número de caras, vértices y aristas.

Consideraciones previas

Materiales

Por equipo:

- 16 cartas (material recortable del libro del alumno, páginas 211 a 213).

Se sugiere que sean los integrantes de cada equipo quienes elijan a la persona que leerá las descripciones; la actividad puede repetirse si se cambia la función de los participantes.

En sesiones anteriores, los alumnos estudiaron algunas propiedades de los cuerpos geométricos, relacionadas con sus caras, aristas y vértices. Con esta actividad se pretende que centren su atención en las figuras que constituyen las caras de algunos de esos cuerpos.

El juego representa un reto para los alumnos, ya que no tienen referentes físicos o gráficos a la vista, por lo que al escuchar las características cada jugador debe imaginar el sólido que cumpla con ellas, relacionarlo con su nombre y ser más rápido que el contrincante para ganar la tarjeta correspondiente.

Son ocho los cuerpos incluidos en el juego; cada uno puede ser relacionado únicamente con una descripción:

- Sus caras laterales son rectángulos y sus bases son triángulos: prisma triangular.
- Sus caras laterales son rectángulos y sus bases son pentágonos: prisma pentagonal.
- Sus caras laterales son triángulos y su base es hexagonal: pirámide hexagonal.
- Sus caras laterales son triángulos y su base es un cuadrado: pirámide cuadrangular.
- Todas sus caras son cuadradas: cubo.
- Su única cara plana es circular: cono.
- Todas sus caras planas son circulares: cilindro.
- Su única cara es curva: esfera.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

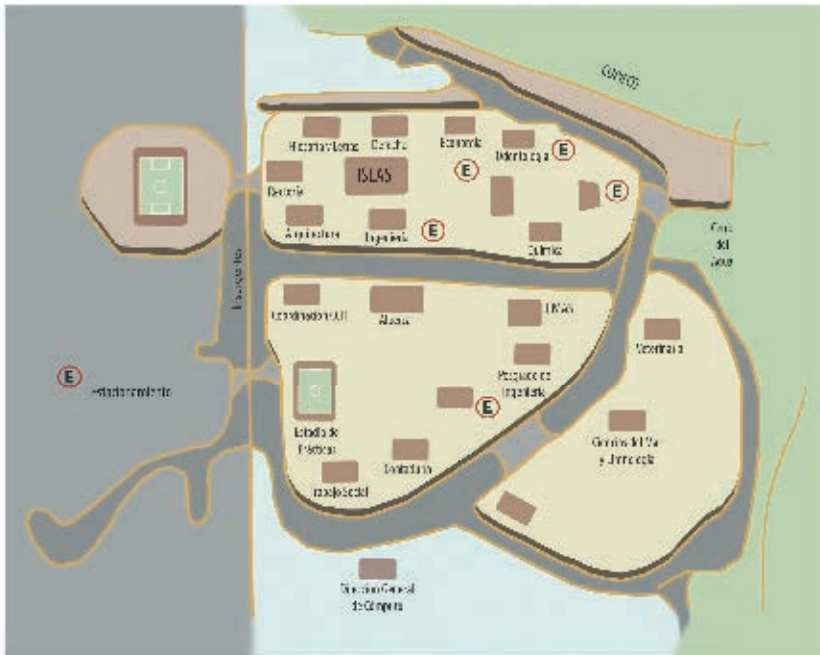
Intención didáctica

Que los alumnos describan el camino para llegar de un punto a otro tomando en cuenta puntos que sirvan de referencia.

Consigna

En equipos, analicen la siguiente información y hagan lo que se solicita.

El siguiente croquis muestra una parte de Ciudad Universitaria, localizada en la ciudad de México. En parejas, describan una ruta para ir de la Facultad de Filosofía y Letras a la de Contaduría.



Contenido

Descripción oral o escrita de rutas para ir de un lugar a otro.

Consideraciones previas

Los alumnos deben acostumbrarse a leer cualquier tipo de croquis o mapa, no sólo el de su comunidad. Desde el primer bloque se pide que identifiquen lugares y marquen rutas.

El croquis que se presenta en esta actividad es fácil de interpretar, pues muestra bien definidas las rutas que pueden seguirse para llegar al punto señalado. Lo importante aquí es que se identifiquen los puntos que sirven de referencia.

Por ejemplo, se puede decir que de la Facultad de Filosofía y Letras se camine hacia Insurgentes; al llegar ahí habrá que dar vuelta hacia la izquierda y seguir por Insurgentes, pasar Rectoría, la Coordinación del CCH, el estadio de prácticas y, sobre el circuito de la izquierda, pasar frente a Trabajo Social; enseguida está la Facultad de Contaduría.

Al término de la actividad proponga a los alumnos que elijan dos rutas diferentes para llegar al lugar indicado y pregúnteles cuál consideran que es más corta y cómo podrían verificar su respuesta. Seguramente surgirá la propuesta de medir con un cordón, hilo, etcétera, la distancia entre ambos puntos al seguir cada ruta propuesta.

La actividad se puede reforzar al solicitar a los alumnos que describan rutas en mapas de su localidad. En la página <<http://www.travelbymexico.com/mapas/index.php>> pueden acceder a diversos mapas de ciudades y regiones de México.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos determinen qué referencias es importante incluir en un croquis para indicar la forma de ir de un lugar a otro en la comunidad donde viven.

Consigna

En equipo, elijan un lugar de su comunidad, tracen un croquis y describan la ruta a seguir para ir de la escuela hasta el lugar elegido, por ejemplo:

Sales de la escuela y subes el cerro hasta donde está la cruz, ahí cruzas el río, y del otro lado está la casa.

**Contenido**

Descripción oral o escrita de rutas para ir de un lugar a otro.

A large, empty rounded rectangle with a green border, intended for students to draw a map or route.

Three horizontal lines for writing, intended for students to describe the route.

Consideraciones previas

En este desafío, al igual que en el anterior, los alumnos describirán rutas para llegar de un lugar a otro y, además, trazarán el croquis, lo cual dificulta la actividad.

No se les deben pedir descripciones ni croquis muy detallados, simplemente que tengan las referencias importantes para llegar al lugar señalado.

Antes de dejar abierta la actividad para que elijan el lugar al que deben llegar, se les puede indicar uno que la mayoría conozca y que no esté muy lejos de su escuela; de esta manera compararán las descripciones de rutas y determinarán cuál es la más corta, cuál incluye información innecesaria, cuál no tiene la información suficiente, cuál resultó más larga, cuál croquis no coincide con la descripción, etcétera.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos describan, a partir de un mapa de la red de transporte Metro, diferentes rutas para llegar a un lugar determinado y adviertan cuál es más pertinente seguir.

Consigna

En equipos de tres o cuatro integrantes, realicen lo que se indica a continuación.

Sandra citó a Rocío el próximo jueves en el Zócalo de la ciudad de México, junto al asta bandera. Ambas decidieron que era más fácil transportarse usando el metro. Rocío vive cerca de la estación Ferrería, de la línea 6; Sandra vive cerca de la estación Copilco, de la línea 3, y ambas deben llegar a la estación Zócalo, de la línea 2.

Utilicen el mapa de la Red del Sistema de Transporte Colectivo (Metro) de la ciudad de México, para describir la ruta que más le conviene seguir a cada una para llegar a su cita.

a) La ruta más conveniente para Sandra es:

¿Por qué?

b) La ruta más conveniente para Rocío es:

¿Por qué?

Contenido

Descripción oral o escrita de rutas para ir de un lugar a otro.



Consideraciones previas

Este mapa no representa una comunidad o una ciudad; en él no se observan símbolos que hagan alusión a calles, edificios, objetos o sitios de interés. Es un mapa de rutas definidas, en su mayoría subterráneas, que forman la red del sistema de transporte de la ciudad de México conocido como Metro. Aunque muchos alumnos no conocen este sistema de transporte, es importante que sepan interpretar cualquier tipo de mapa. Si lo considera necesario, platique con ellos acerca del Metro.

La tarea fundamental de los alumnos consiste en interpretar el mapa y construir rutas a partir de las ya establecidas en la red. Por otra parte, también deberán elegir, de entre las rutas construidas, las que consideran más convenientes para llegar desde las estaciones Ferrería y Copilco a la estación Zócalo. Esto implica que consideren la trayectoria de la ruta a la que pertenece cada estación y cuáles son las estaciones en las que pueden cambiar de ruta. Es muy probable que el criterio que establezcan para definir la ruta más conveniente sea, precisamente, buscar la que tenga menos estaciones y menos cambios, conexiones o transbordos.

Otra diferencia respecto a otros mapas es que, para orientar su trayectoria, los alumnos necesitan hacer referencia no a los puntos cardinales, sino a las estaciones terminales de las rutas que van tomando. Esto hace que sus descripciones sean más detalladas porque requieren mucha información: “Toma la línea 6 en dirección a Martín Carrera y baja en la estación Deportivo 18 de Marzo para cambiar a la línea 3 en dirección a Universidad; avanza hasta la estación Hidalgo...”.

Si lo cree necesario, propicie un espacio de discusión grupal para que los alumnos expongan sus dudas y descubrimientos acerca del mapa o de su sistema de funcionamiento y uso. En la página <<http://www.metro.df.gob.mx/index.html>> se encuentra información sobre el funcionamiento, las rutas o líneas y las estaciones que integran la red.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos describan rutas en las que se recorre una distancia determinada después de interpretar la escala gráfica de un mapa.

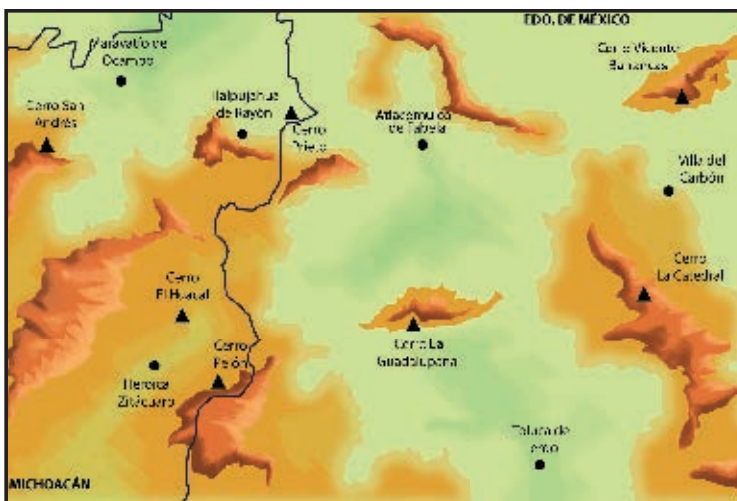
Contenido

Descripción oral o escrita de rutas para ir de un lugar a otro.

Consigna

Organízate con dos compañeros más para participar y ganar La ruta de los cerros.

- Todos los equipos deben iniciar su recorrido en el cerro La Guadalupana y terminarlo en el Cerro Prieto.
- El desafío consiste en describir una ruta que incluya cinco de los siete cerros que se observan en el mapa, y con la que se recorra la mayor cantidad de kilómetros posible.



0 5 10
Kilómetros

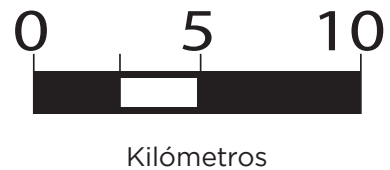
Consideraciones previas

Al llevar a cabo esta actividad, los alumnos enfrentan varios retos: a) interpretar la escala gráfica del mapa, b) utilizar la escala para calcular distancias y c) determinar la ruta más larga que se pueda formar con cuatro de las distancias calculadas.

La escala de un mapa se define como la relación que existe entre una distancia medida sobre el mapa y la distancia real que le corresponde sobre la superficie terrestre. En este caso, las distancias están representadas gráficamente como se muestra a la derecha.

Se espera que los alumnos logren interpretar que una distancia del segmento que va de 0 a 10 equivale a 10 km de distancia real, la mitad equivale a 5 km, la cuarta parte a 2.5 km. Si se cree necesario, se puede propiciar un espacio de discusión grupal para que expongan sus dudas y descubrimientos acerca del significado del gráfico de la escala, antes de calcular las distancias.

Los alumnos pueden poner en práctica algunas de las siguientes estrategias para calcular las distancias entre los cerros:



- Tomar en cuenta todos los segmentos, marcarlos en algún objeto (papel, lápiz, cordel) e iterar las marcas alternadamente tantas veces como sea necesario para medir toda la distancia.
- Tomar en cuenta solamente uno de los segmentos, marcarlo en algún objeto (papel, lápiz, cordel) e iterar la marca tantas veces como sea necesario para medir toda la distancia.
- Calcular a cuántos kilómetros equivale un centímetro del mapa y utilizar una regla graduada para medir las distancias.

Es importante considerar que los resultados de las mediciones pueden ser ligeramente diferentes debido a los instrumentos utilizados o por los puntos que se tomaron como referencia para calcular las distancias.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos deduzcan la fórmula para calcular el área del triángulo mediante la descomposición de un rectángulo.

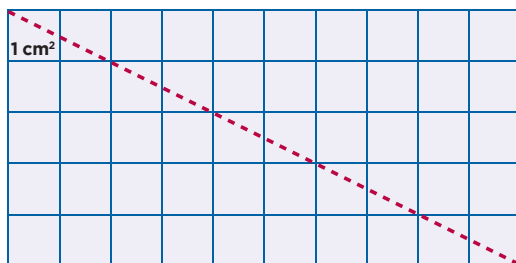
Contenido

Construcción y uso de una fórmula para calcular el área del triángulo y el trapecio.

Consigna

En parejas, realicen las actividades que se indican a continuación. Para ello usen el material recortable (página 209).

1. En uno de los rectángulos tracen una diagonal como se muestra y recorten sobre ella. Luego, respondan las siguientes preguntas.



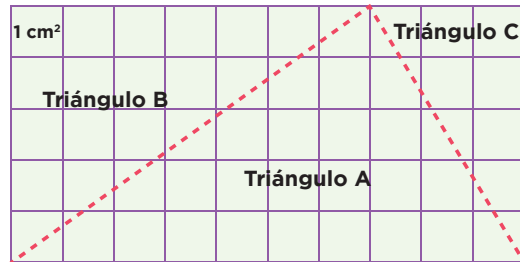
- a) ¿Cuál es el área del rectángulo?

- b) Superpongan los triángulos obtenidos. ¿Cómo son?

- c) ¿Cuál es el área de cada uno?

- d) Si el área del rectángulo se obtiene al multiplicar la base por la altura ($b \times h$), ¿cómo se obtiene el área de un triángulo?

2. En el segundo rectángulo tracen dos rectas como lo indica la siguiente figura y recorten.



Superpongan los triángulos y determinen el área de cada uno.

- a) Área del triángulo A:

- b) Área del triángulo B:

- c) Área del triángulo C:



Consideraciones previas

Materiales

Por pareja:

- Rectángulos (material recortable del libro del alumno, página 209).
- Tijeras.
- Lápiz.

La intención de las actividades es que los alumnos infieran una fórmula para calcular el área del triángulo; es decir, que deduzcan que se puede multiplicar la medida de la base por la medida de la altura y dividir el resultado entre dos.

En el primer caso, se espera que los alumnos infieran que el área de cada triángulo es la mitad del área del rectángulo; por lo tanto, si para obtener el área del rectángulo se utiliza $b \times h$, para obtener el área de cualquiera de los dos triángulos, la fórmula es:

$$\frac{b \times h}{2}$$

En el segundo caso, se espera que, mediante la yuxtaposición y superposición de los triángulos, los alumnos infieran cómo calcular el área de cada triángulo.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

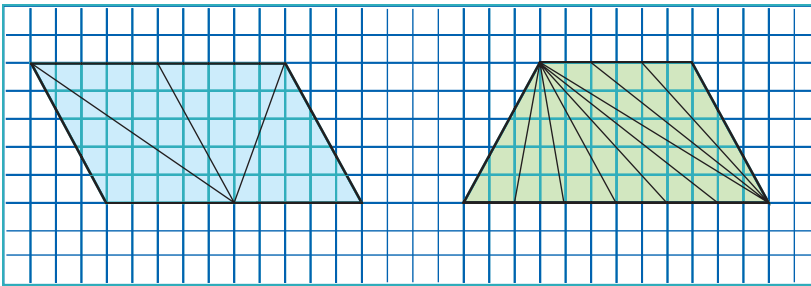
Intención didáctica

Que los alumnos encuentren la relación entre el área y las medidas de base y altura en triángulos diversos, manteniendo dichas medidas constantes.

Consigna 1

En parejas, realicen las actividades que se indican a continuación.

Las siguientes figuras están subdivididas en triángulos. Calculen el área de cada triángulo y el área total de la figura que los contiene.



- ¿Cómo son la base y la altura de cada uno de los triángulos que forman el romboide?

- ¿Cómo son las áreas de estos triángulos?

- ¿Cómo son la base y la altura de cada uno de los triángulos que forman el trapecio?

- ¿Cómo son las áreas de estos triángulos?

Escriban su conclusión.

Contenido

Construcción y uso de una fórmula para calcular el área del triángulo y el trapecio.

Consigna 2

Formen equipos y calculen el área de cada triángulo y el área de las figuras completas que aparecen a continuación.

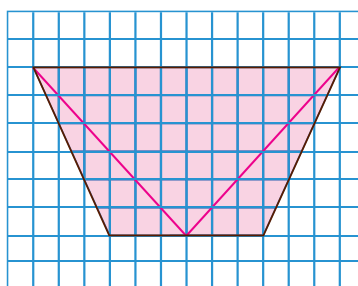


Figura 1

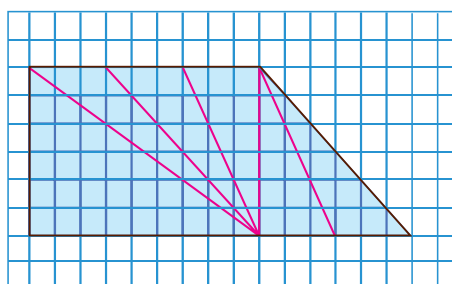


Figura 2

Consideraciones previas

La intención de las preguntas planteadas en los dos primeros incisos es que los alumnos se den cuenta de que los triángulos que forman el romboide tienen la misma base y la misma altura; por consiguiente, tienen la misma área. Lo mismo sucede con los triángulos contenidos en el trapecio. Hay que advertir también que aunque los triángulos tienen la misma área, por tener bases y alturas congruentes, no tienen la misma forma. Cabe aclarar que cuando los triángulos son congruentes (misma forma y tamaño), entonces las áreas son iguales, pero no es siempre verdadero que cuando las áreas son iguales, los triángulos son congruentes.

Conceptos y definiciones

Dos figuras son *congruentes* cuando tienen la misma forma y el mismo tamaño.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

Intención didáctica

Que los alumnos deduzcan la fórmula para calcular el área de un trapecio mediante la yuxtaposición y descomposición de figuras.

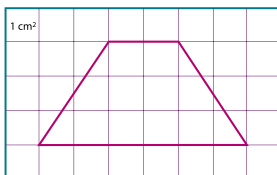
Contenido

Construcción y uso de una fórmula para calcular el área del triángulo y el trapecio.

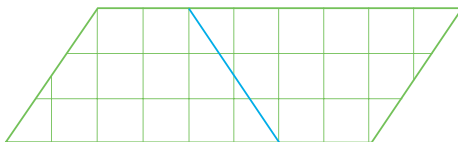
Consigna

En parejas, realicen las actividades que se indican. Para ello, usen el material recortable (página 207).

1. En las cuadrículas, dibujen tres trapecios iguales con las medidas del que aparece enseguida.



2. Recorten dos, formen un romboide como el que se observa y respondan las preguntas.

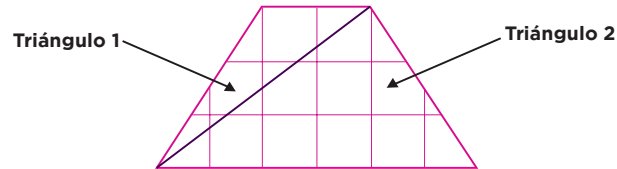


- a) ¿Cuál es el área del romboide?

- b) ¿Cuál es el área de cada trapecio?

- c) Si la base del romboide está formada por la suma de las bases mayor y menor del trapecio, ¿cómo se obtiene el área de un trapecio?

3. En el tercer trapecio tracen una diagonal como se muestra enseguida y recorten los dos triángulos que se forman. Al terminar, contesten las preguntas.



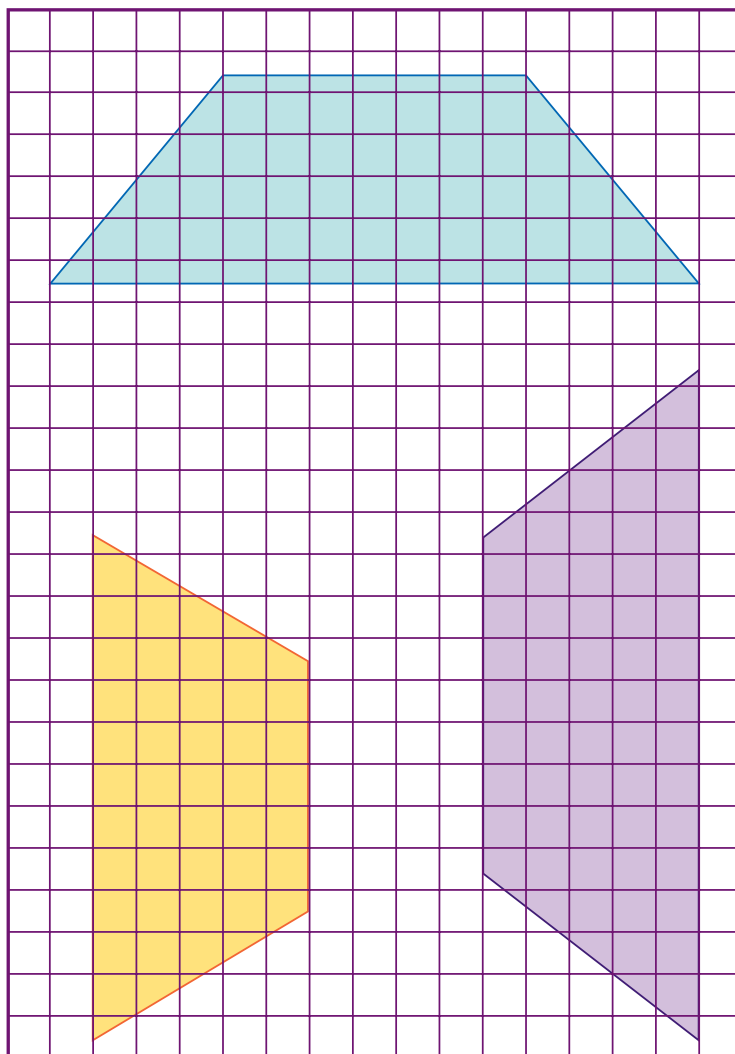
- a) ¿Cuál es el área del triángulo 1?

- b) ¿Cuál es el área del triángulo 2?

- c) ¿Qué relación existe entre las áreas de los triángulos y el área del trapecio?

- d) ¿Cómo se puede calcular el área de un trapecio si se conocen las medidas de sus bases mayor y menor, y la medida de su altura?

4. En equipos, calculen las áreas de los siguientes trapecios.



Consideraciones previas

En la primera parte de la actividad es conveniente asegurarse de que los trapecios que dibujen los alumnos sean isósceles y que sean congruentes, aunque no correspondan a las dimensiones que se indican.

Se espera que los alumnos respondan el segundo problema sin dificultad, ya que en el desafío anterior se dedujo que el área del romboide se calcula al multiplicar la medida de la base por la medida de la altura. Es importante resaltar que la base del romboide que se forma es la suma de las dos bases del trapecio; es decir, el área del romboide es $A = b \times h$; por lo tanto, al sustituir los valores de las medidas del trapecio en la fórmula del área del romboide tenemos $A = (B + b) \times h$, donde h es la altura del trapecio; entonces, el área de un trapecio es igual a:

$$\frac{(B + b)h}{2}$$

En el tercer problema hay que resaltar que las bases de los triángulos pueden ser la base mayor y la base menor del trapecio, que se multiplican por la altura, y los resultados se dividen entre dos, es decir, precisamente, la fórmula conocida.

$$\frac{Bh}{2} + \frac{bh}{2} = \frac{Bh + bh}{2} = \frac{(B + b)h}{2}$$

Materiales

Por pareja:

- Cuadrículas (material recortable del libro del alumno, página 207).
- Tijeras.
- Lápiz.

Difícilmente los alumnos por sí solos podrán llegar a estas conclusiones, de manera que habrá que ayudarlos a reflexionar.

Conceptos y definiciones

Se llama *trapecio* a un cuadrilátero que tiene dos lados paralelos y otros dos que no lo son. Los lados paralelos se llaman *bases del trapecio* y la distancia entre ellos es la altura.

Trapezio isósceles es el que tiene los lados no paralelos de igual medida, dos ángulos internos agudos y dos obtusos que son iguales entre sí, y diagonales congruentes.



Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos establezcan relaciones de equivalencia entre las diferentes unidades de medida de superficie y determinen una regla que les permita hacer conversiones.

Consigna

En equipos, analicen la siguiente información. Posteriormente resuelvan lo que se solicita.

Para medir grandes superficies, como la de los estados de la república mexicana, se usa como unidad de medida el kilómetro cuadrado; su símbolo es km^2 . Por ejemplo, el estado de Aguascalientes tiene una superficie de $5\,616 \text{ km}^2$.

Algunas equivalencias entre distintas unidades de medida de superficie son:



1 kilómetro cuadrado (km^2) = 100 hectómetros cuadrados
 1 hectómetro cuadrado (hm^2) = 100 decámetros cuadrados
 1 decámetro cuadrado (dam^2) = 100 metros cuadrados
 1 metro cuadrado (m^2) = 100 decímetros cuadrados
 1 decímetro cuadrado (dm^2) = 100 centímetros cuadrados
 1 centímetro cuadrado (cm^2) = 100 milímetros cuadrados

1. Utilicen estas equivalencias para responder las siguientes preguntas.

a) ¿Cuántos metros cuadrados de superficie tiene el estado de Aguascalientes?

b) ¿Cuántos metros cuadrados equivalen a un kilómetro cuadrado?

Contenido

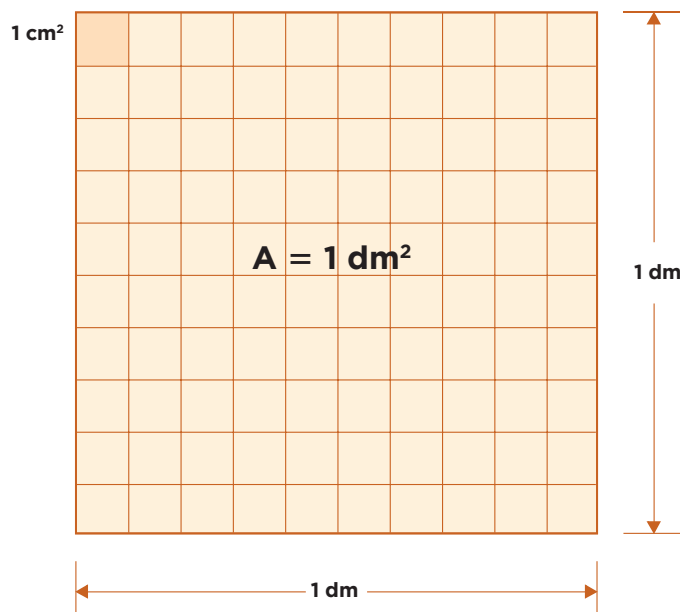
Identificación de múltiplos y submúltiplos del metro cuadrado y las medidas agrarias.

c) ¿A cuántos centímetros cuadrados equivale un metro cuadrado?

d) ¿Cuántos decámetros cuadrados equivalen a un hectómetro cuadrado?

2. Completen la siguiente tabla y busquen una regla para realizar conversiones entre los múltiplos y submúltiplos del metro cuadrado (m^2). Para ello, pueden observar en la figura la relación que hay entre $1 dm^2$ y $1 cm^2$.

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2



Consideraciones previas

Se espera que las preguntas de los incisos *a*, *b*, *c* y *d* no representen mayor dificultad para los alumnos, ya que desde cuarto grado han llevado a cabo actividades para percibir el tamaño de las unidades más usuales para medir superficies y las han utilizado en mediciones efectivas; por ejemplo, para medir superficies con varios ejemplares de cuadrados de un metro, de un decímetro y de un centímetro de lado.

En el caso de la segunda actividad es probable que la mayoría de los alumnos tenga dificultades para completar la tabla, por lo que habrá que ayudarlos para que observen las relaciones entre el dm^2 y el cm^2 , y promover un análisis colectivo con preguntas como: ¿cuántos centímetros por lado tiene un cuadrado de 1 dm^2 ? ¿Cuántos centímetros cuadrados tiene 1 dm^2 ?

La intención de esta actividad es que los alumnos expresen la equivalencia de las siete unidades de superficie en metros cuadrados. Así, si 1 dam^2 equivale al área de un cuadrado de 10 m por lado, ¿cuál será su equivalencia en m^2 ? Lo mismo para el hm^2 : si esta unidad equivale al área de un cuadrado de 100 m por lado, ¿cuál será su equivalencia en m^2 ? ¿Cuántas veces es más grande 1 hm^2 que 1 dam^2 ? ¿Cuántas veces es más grande 1 dam^2 que 1 m^2 ? ¿Se conserva esta regularidad para las demás unidades de área?

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos establezcan relaciones de equivalencia entre las diferentes unidades de medidas agrarias y encuentren una “fórmula” que les facilite hacer conversiones.

Contenido

Identificación de múltiplos y submúltiplos del metro cuadrado y las medidas agrarias.

Consigna

En equipo, hagan lo que se indica a continuación.

1. La hectárea se usa para medir terrenos grandes. Una hectárea es lo mismo que un hectómetro cuadrado y su símbolo es ha. Analicen los siguientes anuncios sobre ventas de terrenos y respondan lo que se pregunta. Pueden hacer uso de su calculadora.

Rancho campestre, una hectárea.
Ideal para fines de semana.
Escriturado. Facilidades.

San Juan del Río, Querétaro.
60 hectáreas, cultivo, ganadero
(cercado).

Sinatel, terreno 270 m²,
calle cerrada, \$1 890 000.00
¡Aproveche!

- a) ¿Cuántos metros cuadrados tiene el terreno del rancho campestre?

- b) ¿Cuántos metros cuadrados tiene el terreno que se vende en San Juan del Río?

- c) ¿Cuál es el costo por metro cuadrado del terreno que se vende en Sinatel?

d) ¿Cuánto mide el lado de un terreno cuadrado que tiene como superficie 1 ha?

e) ¿Cuántas hectáreas tiene un terreno de 1 km²?

2. Para medir grandes extensiones de tierra se utilizan las siguientes unidades agrarias. Analícenlas y luego respondan lo que se pregunta.

1 área (a) = cuadrado de 10 m de lado.
1 hectárea (ha) = cuadrado de 100 m de lado.
1 centiárea (ca) = cuadrado de 1 m de lado.

a) ¿A cuántas áreas equivale 1 ha?

b) ¿A cuántas centiáreas equivale 1 a?

c) ¿Cuántos hectómetros cuadrados equivalen a 1 ha?

d) ¿Cuántos decámetros cuadrados equivalen a 1 a?

e) ¿Cuántos metros cuadrados equivalen a 1 a?

f) ¿Cuántos metros cuadrados equivalen a 1 ca?



Consideraciones previas

Con base en lo que se trabajó en el desafío anterior, se espera que los alumnos respondan sin mayor dificultad las preguntas a partir de la información de los anuncios. Es importante permitirles que utilicen su calculadora al realizar las operaciones para que ahorren tiempo, ya que en este momento no importa ver procedimientos algorítmicos, sino que comprendan la relación entre las unidades, y las estrategias para convertir de una unidad a otra.

En el caso de las unidades agrarias, incisos *a* y *b*, se espera que los alumnos determinen que una hectárea (ha) es igual a 100 áreas (a), lo que es lo mismo que 10 000 centiáreas (ca), y que 1 a es igual a 100 ca. También que 1 a es igual a 100 m², 1 ha es igual 10 000 m², y 1 ca es igual a 1 m².

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas de valor faltante utilizando dobles, triples, etcétera, un valor intermedio o la suma de parejas de valores correspondientes ante la ausencia del valor unitario.

Consigna

Organizados en equipos, resuelvan los siguientes problemas.

1. Si por 4 lápices se pagaron \$12, ¿cuánto habría que pagar por 6 lápices?

2. Si 4 bolígrafos cuestan \$36, ¿cuánto se tendrá que pagar por 16 bolígrafos?

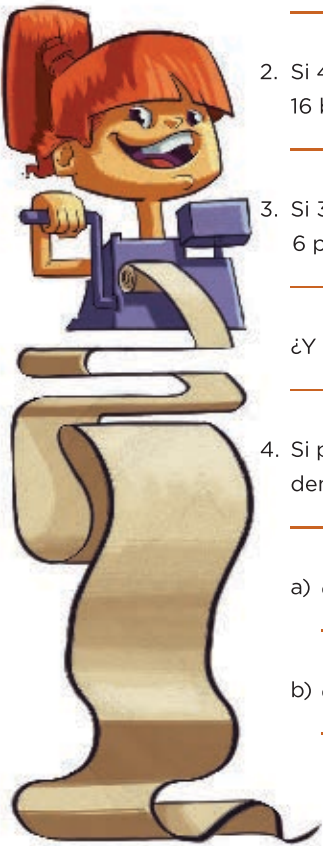
3. Si 3 paquetes de galletas cuestan \$25, ¿cuánto costarán 6 paquetes?

¿Y cuánto 9 paquetes?

4. Si por 3 chocolates se pagan \$5, ¿cuántos chocolates se pueden comprar con \$15?

- a) ¿Cuánto se tendría que pagar por 12 chocolates?

- b) ¿Y cuánto por 18 chocolates?

**Contenido**

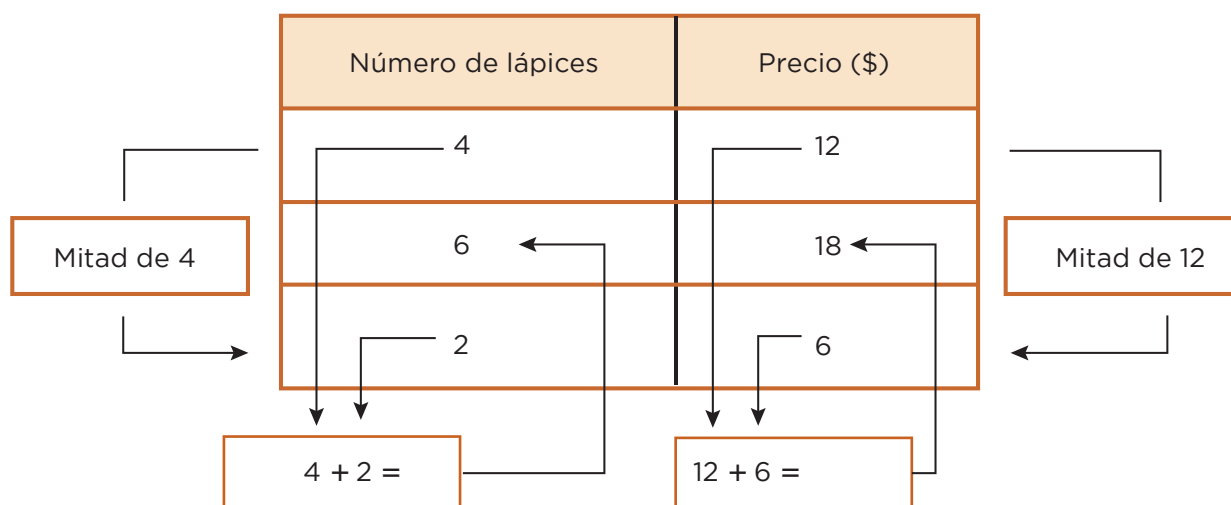
Análisis de procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad del tipo valor faltante (suma término a término, cálculo de un valor intermedio, aplicación del factor constante).

Consideraciones previas

Este desafío contiene cuatro problemas de proporcionalidad del tipo valor faltante, en los cuales no se da el valor unitario, pero se pueden resolver fácilmente recurriendo a la idea de dobles, triples, etcétera.

Por su estructura, es probable que los alumnos utilicen el valor unitario para resolver el primer problema: advierten que un lápiz cuesta \$3 y después multiplican \$3 por 6. Lo anterior es correcto, sin embargo, también puede utilizarse un valor intermedio, que en este caso es el costo de dos lápices (\$6), el cual se obtuvo calculando la mitad del costo de cuatro, y después se suman los costos de cuatro y de dos lápices. Si a los estudiantes no se les ocurre utilizar el valor intermedio, en la puesta en común el profesor puede proponerlo, con la finalidad de que cuenten con varias alternativas cuando enfrenten problemas de este tipo.

Se puede sugerir a los alumnos que registren en una tabla los datos del problema, así como la información que se vaya generando en el proceso de solución; lo anterior ayuda a identificar y controlar ciertas regularidades entre los valores.



En la elaboración de una tabla es importante no olvidar los encabezados de cada columna; esto permite identificar y ubicar los datos correctamente.

El segundo problema también permite calcular el precio de un bolígrafo y después multiplicarlo por ocho; sin embargo, resulta más fácil calcular el triple del precio, ya que se trata del triple de bolígrafos.

En los dos problemas siguientes no resulta fácil manejar el costo unitario, así que seguramente recurrirán a otro procedimiento.

- Si por tres paquetes se pagan \$25, por el doble de paquetes se pagará el doble de dinero, etcétera.

- Si por tres chocolates se pagan \$5, al pagar el triple (\$15) se tendrá que recibir también el triple de chocolates. Para saber cuánto se paga por 12 y por 18 chocolates, basta con multiplicar por 4 y por 6 el precio de tres chocolates, obteniendo como resultados \$20 y \$30, respectivamente.

Es deseable que los alumnos utilicen una tabla para registrar los datos, ya sea para identificar la relación entre los datos conocidos y determinar los faltantes, o bien para verificar la regularidad de éstos.

Número de chocolates	Precio (\$)
3	5
9	15
12	20
18	30

Si algún equipo utiliza el valor unitario, conviene dejar que lo haga y que, posteriormente, entre todos analicen este procedimiento y lo comparen con los anteriores, con la finalidad de averiguar la pertinencia y las ventajas. El costo aproximado de un chocolate es de \$1.66; realizar cálculos con esta cantidad es mucho más complejo que utilizar números naturales, además de que los valores faltantes resultarían aproximados.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos usen reglas sucesivas de correspondencia del tipo “por cada n , m ”, al resolver problemas de proporcionalidad en los que no se da el valor unitario.

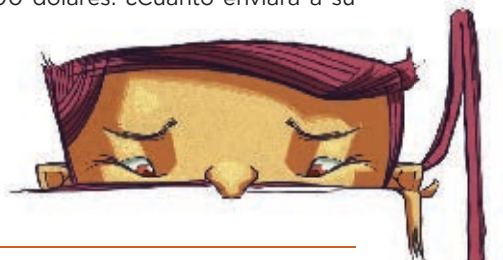
Contenido

Análisis de procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad del tipo valor faltante (suma término a término, cálculo de un valor intermedio, aplicación del factor constante).

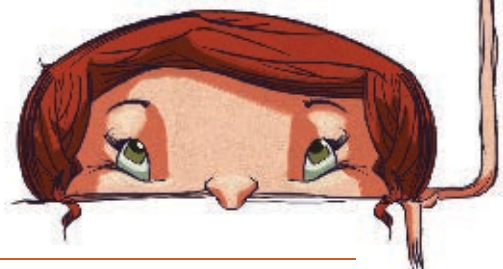
Consigna

En equipos, resuelvan los siguientes problemas.

1. Miguel trabaja en Estados Unidos. Por cada 10 dólares que gana envía seis a su familia, que vive en el estado de Guerrero. La semana pasada ganó 300 dólares. ¿Cuánto enviará a su familia?



2. Luisa trabaja en Monterrey. De cada \$5 que gana ahorra \$3, y de cada \$12 que ahorra manda \$7 a su mamá, que vive en Oaxaca. La semana pasada ganó \$1000. ¿Cuánto le enviará a su mamá?



Consideraciones previas

El primer problema involucra sólo una regla de correspondencia: “por cada 10, 6”, o bien, “6 de cada 10” o $\frac{6}{10}$ o 60%; como puede verse, hay distintas maneras de expresar esta relación, pero se espera que los alumnos usen las dos primeras. Claro que si algún equipo usa la relación $\frac{6}{10}$ o 60%, habrá que analizarlas y compartirlas con el resto del grupo. En este momento no es pertinente que el maestro las sugiera porque su estudio tendrá lugar posteriormente.

Una manera de abreviar el proceso que seguramente usarán los alumnos consiste en duplicar las cantidades; es decir, si a 10 le corresponde 6, a 20 le corresponderá 12; a 40, 24, y así sucesivamente. El problema es que de esta manera no se llega a 300 sino a 320, al que le corresponde 192; de esta cantidad habría que restar lo que le corresponde a 20, que son 12, dando como resultado 180 dólares que Miguel enviará a su familia.

Una manera aún más abreviada consiste en pensar que si a 10 le corresponde 6, a 100 le corresponde 10 veces 6, es decir, 60, y a 300, tres veces 60, es decir, 180.

El segundo problema es diferente en tanto que no contiene una sino dos reglas de correspondencia; en la primera se relacionan salario y ahorro, y en la segunda ahorro y envío; el ahorro corresponde a las dos reglas, por lo tanto, las tres cantidades del problema están relacionadas. Una dificultad para los alumnos de este grado consiste en reconocer que primero se debe obtener un resultado (dinero ahorrado) para que, con base en éste, se pueda obtener la cantidad de dinero para enviar. Por supuesto que hay una manera de pasar directamente de la cantidad ganada (\$1000) a la cantidad para enviar (\$350), pero el estudio de este procedimiento corresponde a otros grados.

Una forma de iniciar la resolución del problema es identificar y resolver la primera relación de proporcionalidad; es decir, si de cada \$5 que gana ahorra \$3, ¿cuánto logró ahorrar si ganó \$1000? Dado que el valor unitario es fraccionario, es muy probable que los alumnos utilicen otros valores intermedios; por ejemplo, multiplicar por 20 el par de valores correspondientes (\$5 ganados y \$3 ahorrados) y los resultados multiplicarlos por 10.

	5 pesos ganados	→	3 pesos ahorrados
Por 20	100 pesos ganados	→	60 pesos ahorrados
Por 10	1 000 pesos ganados	→	600 pesos ahorrados

Es posible y correcto que los alumnos adviertan que basta con aplicar únicamente un factor a ambas cantidades ($\times 200$). Así, de los \$1000 que ganó Luisa, ahorró \$600. Con lo que puede establecer una segunda relación: si de cada \$12 que ahorra, manda \$7, ¿cuántos mandará si ahorró \$600? Para llegar a la solución se puede aplicar un solo factor ($\times 50$), o bien encontrar algunos valores intermedios como se muestra a continuación:

	12 pesos ahorrados	→	7 pesos enviados
Por 5	60 pesos ahorrados	→	35 pesos enviados
Por 10	600 pesos ahorrados	→	350 pesos enviados

Dadas las relaciones y valores del problema, Luisa mandará a su mamá \$350.

En este momento es conveniente que los alumnos utilicen multiplicaciones con enteros, por lo que hay que cuidar que en ambas relaciones se cumpla esta condición; en este caso, 1000 es múltiplo de 5, y 600 es múltiplo de 12.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos ejerciten la resolución de problemas en los que se requiere calcular un valor intermedio (en particular, el valor unitario) y otras combinaciones (dobles, triples, sumar término a término).

Consigna

De manera individual, encuentra los resultados y después compáralo con los resultados del resto del grupo. Si hay diferencias, traten de encontrar los errores.

Si un kilogramo de plátano cuesta \$8.50, ¿cuánto hay que pagar por cinco kilogramos?

Si por siete refrescos iguales se paga \$63, ¿cuál es el precio de cada uno?

Completa la siguiente tabla.

Cajas	Libros
3	24
6	
12	72

Si por tres kilogramos de manzana se pagan \$20, ¿cuánto hay que pagar por 15 kilogramos?

¿Cuántos kilogramos pueden comprarse con \$120?

Por 16 cuadernos se pagaron \$100. ¿Cuánto habría que pagar por 20 cuadernos?

Completa la siguiente tabla.

Cajas	Libros
1	
6	150
	1125

Si con tres refrescos familiares se llenan nueve vasos, ¿cuántos vasos se llenan con cinco refrescos familiares?

Completa la siguiente tabla.

Cajas	Juguetes		
	Dados	Pelotas	Muñecas
1	12		
3		9	15
	120	30	

En una escuela primaria, de cada cinco estudiantes tres son mujeres y de cada 15 mujeres dos son de cuarto grado. Si la escuela cuenta con 600 estudiantes, ¿Cuántas mujeres son de cuarto grado?

Contenido

Análisis de procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad del tipo valor faltante (suma término a término, cálculo de un valor intermedio, aplicación del factor constante).

Consideraciones previas

Es probable que en algunos problemas los alumnos no encuentren los errores y no se pongan de acuerdo en el resultado correcto; en dichos casos es conveniente pedirles que suspendan el trabajo para hacer el análisis con todo el grupo.

A continuación se menciona la estructura de cada problema y un procedimiento para resolverlo, que si bien no es el único, es acorde con lo estudiado. Si surgen varias formas de resolución, se sugiere discutir las ampliamente en la puesta en común, identificando la pertinencia de cada una.

Problema 1. Se da el valor unitario con la idea de que se utilice para encontrar la respuesta sumando 5 veces 8.50 o multiplicando 8.50 por 5.

Problema 2. No se da el valor unitario, se pregunta por él. Basta con dividir 63 entre 7.

Problema 3. No se da el valor unitario. Se presenta en una tabla y son varios los valores buscados. Por los números que se utilizan, es suficiente duplicar, triplicar o sumar término a término para encontrar los valores faltantes.

Problema 4. No se da el valor unitario. Se presenta en un texto y son dos valores faltantes. Los valores de cada magnitud son múltiplos (15 de 3 y 120 de 20), por lo que aplicando factores internos (5 y 6) se obtienen los resultados.

Problema 5. No se da el valor unitario. Se presenta en un texto y uno es el valor faltante. Dado que los valores de cada magnitud no son múltiplos, una forma de encontrar la respuesta es calculando el valor unitario (3 vasos por cada refresco); posteriormente se obtiene el número de vasos para 5 refrescos (15).

Problema 6. No se da el valor unitario, se pregunta por él y por otro valor faltante. El problema se presenta en una tabla. La multiplicación y división de naturales son pertinentes para encontrar los valores faltantes.

Problema 7. No se da el valor unitario. Se presenta en un texto y es uno el valor faltante. Los valores de cada magnitud no son múltiplos y el valor unitario es decimal, por lo que se sugiere utilizar un valor intermedio; se calcula el costo de 4 cuadernos (\$25) y se suma con el de 16 (\$100).

Problema 8. Se presenta en una tabla y son varios los valores faltantes. A cada conjunto del valor inicial le corresponden varios valores en el conjunto final. En algunos casos se da el valor unitario mientras en otros se pide. Es pertinente utilizar los factores internos y el valor unitario.

Problema 9. Es un problema que incluye dos reglas sucesivas de correspondencia. Se presenta en un texto. Los valores de cada magnitud son múltiplos. Una forma de resolverlo es establecer y resolver una relación de proporcionalidad con cada regla de correspondencia. Los valores faltantes pueden encontrarse mediante factores internos o valores intermedios.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Bloque IV



Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen las reglas del sistema de numeración oral.

Contenido

Análisis de las similitudes y diferencias entre el sistema decimal de numeración y algunos sistemas de numeración no posicionales, como el egipcio o el romano.

Consigna

En equipo, hagan lo que se indica.

1. A partir del nombre, determinen la cantidad de cifras que tendrá cada uno de los siguientes números y anótenla en la línea.

a) Seiscientos cuarenta y ocho.

b) Trescientos cinco mil.

c) Cinco mil novecientos cuarenta y tres.

d) Ochocientos setenta y dos mil doscientos veinticuatro.

e) Trescientos cinco mil tres.

f) Quinientos mil.

g) Cuatrocientos mil dos.



2. Sin escribir los números con cifras, ¿se podrá saber cuál es el mayor en cada par de números que se enuncian enseguida? Argumenten su respuesta.

- a) Doscientos siete mil ocho, y ciento veinticuatro mil doscientos treinta y siete

El mayor es: _____

Porque: _____

- b) Novecientos mil cuatrocientos ochenta y nueve, y cuarenta mil dos

El mayor es: _____

Porque: _____

- c) Ochocientos mil cuarenta y siete, y ochocientos mil seiscientos cincuenta y dos

El mayor es: _____

Porque: _____



3. Con estas cuatro etiquetas hagan todas las combinaciones de cifras posibles; por ejemplo: seis mil trescientos (6300). Ninguna etiqueta puede usarse más de una vez en la misma combinación.

seis

tres

mil

ciento (s)



Consideraciones previas

A los números escritos con cifras les corresponden designaciones orales que tienen sus propias reglas; por ejemplo, para el primer caso, si escribimos 648, no leemos *seis*, *cuatro*, *ocho*, sino *seiscientos cuarenta y ocho*. Si se analiza con cuidado, se verá que al leer un número se da más información que cuando se escribe. Por ejemplo, el número 534:

- Se lee *quinientos* (no *cinco*) y se escribe un 5; de ese modo se indica que el cinco ocupa el lugar de las centenas.
- Se lee *treinta* (no *tres*) y se escribe un 3, lo que indica que el 3 está en el lugar de las decenas.
- Se lee *cuatro* y se escribe un 4, lo que indica que representa unidades sueltas, es decir, no representa agrupamientos.

Una de las diferencias que se puede observar en la información que proporcionan ambas designaciones es que, al escribir 5 no puede conocerse la magnitud del número, no se distingue aún si se tratará del número 5 o de algún número de dos o más cifras que empiece con cinco; mientras que, al decir *quinientos* se puede afirmar que el número tendrá tres cifras, aunque también podría tener seis si se tratara de un número cuyo nombre iniciara con *quinientos* e incluyera la palabra *mil*.

Se espera que los alumnos usen la información contenida en los nombres de los números para anticipar el número de cifras que tienen.

En los casos de la primera parte de la actividad, es probable que los alumnos intenten escribir los números para determinar la cantidad de cifras de cada uno; si esto ocurre, habrá que permitirselo; sin embargo, hay que insistir en que en la segunda parte de la actividad no los escriban cuando traten de determinar cuál es mayor.

En algunos casos los alumnos escriben los números de acuerdo con lo que escuchan. Por ejemplo, doscientos siete mil ocho, lo representan como 2070008, ya que el nombre de los números no menciona explícitamente los ceros que puede incluir.

La numeración hablada tiene otras características; por ejemplo, al enunciar un número se explicita la descomposición aditiva y multiplicativa; es decir, al mismo tiempo que se enuncia la cifra, se enuncia la potencia de 10 que le corresponde a cada cifra. Tomemos, por ejemplo, cinco mil novecientos cuarenta y tres ($5 \times 1000 + 9 \times 100 + 4 \times 10 + 3$). Esto es así porque, a diferencia de la numeración escrita, la numeración hablada no es posicional.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen las reglas de escritura del sistema de numeración romano y distingan sus ventajas y desventajas respecto al sistema de numeración decimal.

Contenido

Análisis de las similitudes y diferencias entre el sistema decimal de numeración y algunos sistemas de numeración no posicionales, como el egipcio o el romano.

Consigna

Reunidos en parejas, hagan lo que se pide.

- En la siguiente tabla están escritos algunos números en el sistema de numeración que empleaban los antiguos romanos; a la derecha se expresa su equivalente en el sistema de numeración decimal.

III = 3	VIII = 8	XII = 12	VII = 7	XV = 15	LX = 60
IV = 4	IX = 9	XC = 90	CD = 400	CM = 900	DLIII = 553
LXX = 70	CCC = 300	DCC = 700	MD = 1500	MM = 2000	CC = 200

- Descubran el valor de cada símbolo y registrenlo en el espacio correspondiente.

I	L	X	M	C	V	D

- Escriban con números romanos los siguientes números.

Quinientos dieciséis

Quinientos cuarenta y nueve

Dos mil trescientos veinticuatro

Cuatrocientos treinta y cuatro

Ochocientos sesenta y dos

Mil seiscientos treinta y ocho

4. En cada pareja de números tachen el menor.

CV	LXXXVIII	MCDLXXXIX	MCDLXXXVIII
CCXL	CCL	CLXVIII	CLXIX
CLIX	CLXI	CMXCIX	MCCXXI
DXLIX	CDLIX	MMXII	MMXX

5. Anoten tres diferencias que observen entre el sistema de numeración romano y el sistema de numeración decimal.

- a) _____

- b) _____

- c) _____



Consideraciones previas

Es importante dejar que los alumnos deduzcan el valor de los símbolos a partir de las equivalencias presentadas e, inclusive, que consideren su experiencia; por ejemplo, es probable que conozcan el valor de algunos símbolos porque los han visto en libros, revistas, relojes, etcétera. Al tratar de inferir los valores, identificarán la manera como se relacionan los símbolos para representar números.

Una vez que los alumnos hayan completado la tabla se les puede invitar a la reflexión con preguntas como las siguientes: ¿cómo supieron que $D = 500$? ¿En qué se fijaron para saber que L representa 50?

En la actividad 3, los alumnos deben escribir números usando los símbolos romanos, en los que se aplica tanto el principio de adición como el de sustracción. El primero se cumple cuando los símbolos de menor valor se suman porque van a la derecha de los símbolos de mayor valor; el segundo, cuando los símbolos de menor valor se restan porque van a la izquierda de los símbolos de mayor valor. Es probable que el principio de sustracción sea más difícil de identificar, por lo que, si es necesario, se puede ayudar a los alumnos. Seguramente, durante la puesta en común expresarán que otro elemento que descubrieron y aplicaron fue que los símbolos romanos se pueden repetir un máximo de tres veces.

En la cuarta actividad, además de que los alumnos interpretan qué números están representados en cada pareja, hacen una comparación entre ellos. Un aspecto que puede enriquecer la revisión de los resultados es preguntarles si existe alguna relación entre la cantidad de símbolos que se requiere para representar un número y su valor.

Para la actividad 5 es importante que las parejas contrasten sus razonamientos acerca de cuáles son las características que permiten diferenciar al sistema de numeración decimal del sistema de numeración romano. Se espera que entre los planteamientos de los alumnos estén incluidos los siguientes.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Sistema de numeración decimal.

- Se utilizan 10 símbolos, entre los cuales hay uno para el cero.
- Es posicional porque el valor de un símbolo depende de la posición que ocupa.
- En ningún caso se usa el principio sustractivo.
- Se suman los valores que adquieren los símbolos por el lugar que ocupan dentro de un número.

Sistema de numeración romano.

- Se utilizan siete símbolos (letras).
- No usa el cero para escribir los números.
- No es posicional; los valores de los símbolos no dependen de su posición.
- En algunos casos se aplica el principio sustractivo.
- Aplica el principio aditivo, puesto que se suman los valores absolutos de los símbolos.

Intención didáctica

Que los alumnos reflexionen sobre las reglas de escritura de números en el sistema egipcio y las comparen con las del sistema decimal.

Consigna

En parejas, lean la siguiente información y después realicen las actividades.

Los sistemas de numeración son instrumentos útiles para expresar y comunicar cantidades. Están compuestos de cifras y reglas para combinar dichas cifras.

Uno de los sistemas de numeración antiguos es el egipcio. Las cifras de ese sistema de numeración estaban representadas por figuras de personas, animales u objetos. Por ejemplo, el número 235 lo escribían así:

99 000 000

Anoten los números que faltan en la siguiente tabla; algunos están escritos en el sistema de numeración egipcio y otros en el sistema de numeración decimal. Luego, respondan lo que se pregunta.

99 = 112	= 90	99 = 20 002
99999 = 3200	= 425	009 = 120
999999 = 1100 000	99999 = 2000 010	= 11 000
00 =	999 =	9999 = 200100

Contenido

Análisis de las similitudes y diferencias entre el sistema decimal de numeración y algunos sistemas de numeración no posicionales, como el egipcio o el romano.

- a) ¿Cuál es el valor de cada cifra usada por los egipcios? Anótenlo en la siguiente tabla.

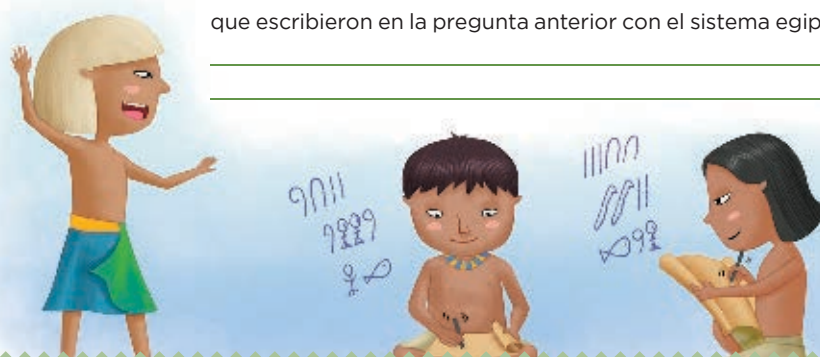
9	10	1	100	1000	10000	100000

- b) El número 99 representado con el sistema egipcio tendría 18 cifras. El mismo número representado con el sistema decimal tiene 2 cifras. ¿A qué se debe esa diferencia?

- c) En el sistema decimal las expresiones 21 y 12 representan diferentes números. En el sistema egipcio las expresiones 101 y 110 representan el mismo número. ¿A qué se debe esta diferencia?

- d) ¿Qué número se formaría al escribir nueve veces cada una de las cifras egipcias que hay en la tabla del inciso a?

- e) ¿Qué se necesitaría hacer para escribir un número mayor al que escribieron en la pregunta anterior con el sistema egipcio?



Consideraciones previas

Antes de iniciar la revisión del trabajo de los alumnos, se sugiere platicar brevemente sobre la cultura egipcia; para ello se recomienda plantear las siguientes preguntas: ¿qué saben acerca de los egipcios? ¿Podrían localizar Egipto en un mapa?

Al completar la primera tabla, se pretende que los alumnos descubran los valores de las cifras que utilizaban los egipcios. Si después de algunos minutos no lo consiguen, habrá que pedirles que traten de encontrar las relaciones entre las veces que se repite cada cifra y el número. Por ejemplo, que encuentren esta relación en:

$$\overline{\text{990001111}} = 235$$

Cuando descubran que $\overline{\text{1}}$ vale 1, $\overline{\text{0}}$ vale 10, y $\overline{\text{9}}$ vale 100, les será más fácil identificar el valor de las demás cifras y transcribirlas de un sistema de numeración a otro.

Hay que ayudarlos a identificar que en ambos sistemas cada cifra tiene un valor absoluto. En el caso del sistema egipcio, el valor de cada cifra siempre es el mismo, independientemente del lugar donde se coloque, por lo que sus valores se suman para saber de qué número se trata. Por ejemplo, el número 235 puede escribirse de varias maneras:

$$\overline{\text{990001111}} \quad \overline{\text{000111199}} \quad \overline{\text{111199000}} \quad \overline{\text{900011119}}$$

En cambio, en el sistema decimal, si cambiamos el orden de las cifras su valor relativo cambia. Por ejemplo, en los siguientes números, 634, 548, 497, la cifra 4 vale 4 (unidades) en el primer número; 40 (4 decenas) en el segundo, y 400 (4 centenas) en el tercero.

Para la puesta en común es conveniente que se dibuje la primera tabla en el pizarrón o en una cartulina, de manera que pueda observarla todo el grupo y para que algunos alumnos pasen a escribir los números que faltan y los demás digan si están o no de acuerdo. La segunda tabla se puede revisar de la misma manera, la idea es que los alumnos sinteticen lo que encontraron respecto al valor de cada cifra.

Las preguntas de los incisos *b* y *c* están muy relacionadas. La razón por la cual en el sistema egipcio se debe repetir varias veces la misma cifra es que no es posicional; a esto mismo se debe que se mantenga el número aunque cambie la posición de las cifras; dicho de otra manera, las cifras sólo tienen valor absoluto, no tienen valor relativo. Ahora bien, el que un sistema numérico sea o no posicional tiene que ver con que haya una cifra para el cero, número que permite cubrir las posiciones vacías.

Las preguntas de los incisos *d* y *e* también están relacionadas. Se espera que los alumnos adviertan que se trata de un número de 63 cifras egipcias, formado por nueve veces cada una, y que lo puedan escribir en notación decimal. Es el número 9999999 y su sucesor es 10 000 000, para el cual los egipcios no tenían una cifra, de manera que habría que inventarla.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos construyan sucesiones con progresión aritmética a partir de distintas informaciones.

Contenido

Identificación de la regularidad en sucesiones con números (incluyendo números fraccionarios) que tengan progresión aritmética, para encontrar términos faltantes o continuar la sucesión.

Consigna

En equipo, resuelvan los siguientes problemas.

1. Si una sucesión aumenta de 7 en 7, ¿cuáles son los primeros 10 términos si inicia en 4?

2. ¿Cuáles son los primeros 10 términos de una sucesión, si inicia en 9 y la diferencia entre dos términos consecutivos es 12?

3. El primer término de una sucesión es $\frac{1}{2}$ y aumenta constantemente $\frac{1}{3}$. ¿Cuáles son los primeros 10 términos de la sucesión?

4. La diferencia entre dos términos consecutivos de una sucesión es siempre de $\frac{1}{4}$. Si inicia en $\frac{1}{2}$, ¿cuáles son los primeros cinco términos de la sucesión?



Consideraciones previas

La idea principal de esta actividad es que los alumnos generen sucesiones a partir de un patrón dado o ley de formación. Por ejemplo, en el caso del primer problema, se espera que escriban la sucesión que corresponde al patrón dado, “aumenta de 7 en 7”, sumando 7 al primer término, luego, al término que resulta al sumarle 7, y así sucesivamente hasta que escriban los 10 primeros términos de la sucesión.

Es probable que algunos alumnos realicen las sumas mentalmente, otros tal vez utilicen el algoritmo; por ejemplo:

$$\begin{array}{r} 4 \\ + 7 \\ \hline 11 \end{array} \quad \begin{array}{r} 11 \\ + 7 \\ \hline 18 \end{array} \quad \begin{array}{r} 18 \\ + 7 \\ \hline 25 \end{array} \quad \begin{array}{r} 25 \\ + 7 \\ \hline 32 \end{array} \quad \begin{array}{r} 32 \\ + 7 \\ \hline 39 \end{array}$$

De esta manera escribirán los 10 términos de la sucesión que son: 4, 11, 18, 25, 32, 39, 46, 53, 60, 67...

Respecto al segundo problema, se espera que los alumnos lleven a cabo el mismo procedimiento; sin embargo, es probable que tengan dificultad para comprender el significado del patrón dado, “la diferencia entre dos términos consecutivos es 12”, por lo que hay que asegurarse de que los alumnos comprenden el significado de esta expresión; para ello, se pueden plantear preguntas como: ¿qué número se debe sumar a 9 para que, al número que resulte, al restarle 12 dé 9?

Ante esta pregunta, se podría auxiliar de un esquema como el siguiente:

$$\begin{array}{r} 9 + \underline{\quad} = \underline{\quad} \\ \underline{\quad} - 12 = 9 \end{array}$$

En caso de que los alumnos no puedan responder, retome la sucesión anterior y plantéeles las siguientes preguntas: en la sucesión 4, 11, 18, 25, 32, 39, 46, 53, 60, 67..., ¿cuál es la diferencia entre dos términos consecutivos? El número que representa la diferencia entre dos términos, ¿es el mismo que se le suma a un término para obtener el siguiente?

Ante estas preguntas se espera que los alumnos descubran que se está hablando del mismo número, es decir, el número que resulta de la diferencia entre dos términos consecutivos es el mismo que se suma a un término para obtener el siguiente.

Con lo anterior podrán deducir que el segundo término es 21, porque la diferencia entre 21 y 9 es 12. Superadas las dificultades, no tendrán problemas para determinar el resto de los términos.

En los problemas 3 y 4, a diferencia de los anteriores, la dificultad radica en el tipo de números a operar. La resolución de estos problemas representa una oportunidad para averiguar qué tanto saben sobre la suma y resta de fracciones con diferente denominador.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos determinen la regularidad de una sucesión con progresión aritmética y la apliquen para encontrar términos faltantes o continuar la sucesión.

Contenido

Identificación de la regularidad en sucesiones con números (incluyendo números fraccionarios) que tengan progresión aritmética, para encontrar términos faltantes o continuar la sucesión.

Consigna

Reunidos en parejas, resuelvan los siguientes problemas.

1. ¿Cuál de las siguientes descripciones corresponde a la regularidad de la sucesión $\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3, \dots$?

<input type="checkbox"/>	La regularidad es que aumenta cada término de 2 en 2.
<input type="checkbox"/>	La regularidad es que al término anterior se le aumenta 2 al numerador.
<input type="checkbox"/>	La regularidad es que al término anterior se le suma $\frac{2}{2}$ para obtener el siguiente término.
<input type="checkbox"/>	La regularidad es que cada término se determina aumentando $\frac{1}{2}$ al término anterior.

2. ¿Cuál es la regularidad de la siguiente sucesión? Descríbanla.

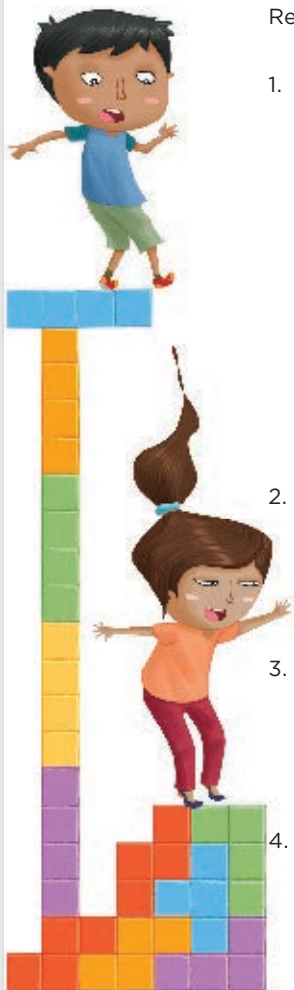
$$\frac{1}{16}, \frac{5}{16}, \frac{9}{16}, \frac{13}{16}, \dots$$

3. ¿Cuál es el término que falta en la siguiente sucesión?

$$\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{3}{8}, _, \frac{5}{8}, \dots$$

4. ¿Cuál es el término que continúa la siguiente sucesión?

$$\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1, 1\frac{1}{4}, 1\frac{1}{2}, _, \dots$$



Consideraciones previas

La idea central de estos problemas es que los alumnos determinen la constante aditiva entre los términos de las sucesiones y la usen para encontrar términos faltantes o continuar sucesiones. Por ejemplo, para el primer problema, la constante aditiva es $\frac{1}{2}$ porque la diferencia entre un término y el siguiente es $\frac{1}{2}$, como se muestra enseguida.

$$1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2};$$

$$\frac{3}{2} - 1 = \frac{3}{2} - \frac{2}{2} = \frac{1}{2}$$

$$2 - \frac{3}{2} = \frac{4}{2} - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

Una vez que los alumnos determinen que la constante aditiva es $\frac{1}{2}$ podrán definir que la regularidad es que cada término se determina aumentando $\frac{1}{2}$ al término anterior.

En los problemas 2, 3 y 4, se espera que determinen la constante aditiva para luego encontrar términos que faltan o continuar la sucesión.

La dificultad de estas sucesiones radica en el tipo de números que se tienen que restar para determinar la regularidad en cada una de ellas.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas aditivos (con números fraccionarios y con diferentes denominadores), lo que implica recurrir a estrategias como sumar o restar primero la parte entera, o usar fracciones equivalentes para obtener un resultado preestablecido.

Contenido

Resolución de problemas que impliquen sumas o restas de fracciones comunes con denominadores diferentes.

Consigna

Reúnete con un compañero para identificar cuál de los valores le corresponde a cada símbolo de los que aparecen en la escalera, de tal forma que al sumar los de cada renglón y los de cada columna, el resultado sea 10.

Diagram of the staircase with symbols and fractions:

- Step 1: \times
- Step 2: $5\frac{2}{3}$
- Step 3: $1\frac{1}{9}$, Ω , flower
- Step 4: $5\frac{2}{3}$
- Step 5: \star , \diamond , $3\frac{1}{2}$

Options for symbols:

- \diamond corresponds to $6\frac{5}{9}$, $\frac{8}{4}$, $2\frac{1}{3}$, $4\frac{5}{10}$, or $3\frac{2}{9}$
- \star corresponds to $6\frac{5}{9}$, $\frac{8}{4}$, $2\frac{1}{3}$, $4\frac{5}{10}$, or $3\frac{2}{9}$
- \times corresponds to $6\frac{5}{9}$, $\frac{8}{4}$, $2\frac{1}{3}$, $4\frac{5}{10}$, or $3\frac{2}{9}$
- Ω corresponds to $6\frac{5}{9}$, $\frac{8}{4}$, $2\frac{1}{3}$, $4\frac{5}{10}$, or $3\frac{2}{9}$

Equations to solve:

- $\diamond = \square$
- $\text{flower} = \square$
- $\times = \square$
- $\star = \square$
- $\Omega = \square$

Consideraciones previas

Como en la escalera están indicados los valores con las figuras que deben colocar para la obtención de la suma, los alumnos podrían sumar las fracciones conocidas y averiguar cuál falta sumar para completar 10; por ello, es muy probable que algunos alumnos adviertan que es más conveniente iniciar con la última suma, ya que de ésta se conocen dos valores, $1\frac{1}{9}$ y $5\frac{2}{3}$:

$$\begin{aligned} 1\frac{1}{9} + 5\frac{2}{3} &= (1 + 5) + (\frac{1}{9} + \frac{2}{3}) \\ &= 6 + (\frac{1}{9} + \frac{2}{3}) \\ &= 6 + (\frac{1}{9} + \frac{6}{9}) \\ 1\frac{1}{9} + 5\frac{2}{3} &= 6\frac{7}{9} \end{aligned}$$

Si al sumar el valor de esos dos cuadros se obtienen $6\frac{7}{9}$, hacen falta $3\frac{2}{9}$ para completar 10; entonces a la cruz le corresponde ese número.

Dos estrategias que podrían seguir para calcular el resto de los valores son:

- a) Restar a 10 el valor conocido y después restar al resultado, uno por uno, los valores conocidos.

$$10 - 1\frac{1}{9} = 8\frac{8}{9}$$

$$\begin{aligned} 8\frac{8}{9} - 4\frac{5}{10} &= (8 - 4) + (\frac{8}{9} - \frac{5}{10}) \\ &= 4 + (\frac{8}{9} - \frac{5}{10}) \\ &= 4 + (\frac{8}{9} - \frac{1}{2}) \\ &= 4 + (\frac{16}{18} - \frac{9}{18}) \\ &= 4\frac{7}{18} \end{aligned}$$

Si el valor de $\frac{5}{10}$ es...

Este número no se encuentra entre las opciones.

$$\begin{aligned} 8\frac{8}{9} - 2\frac{1}{3} &= (8 - 2) + (\frac{8}{9} - \frac{1}{3}) \\ &= 6 + (\frac{8}{9} - \frac{1}{3}) \\ &= 6 + (\frac{8}{9} - \frac{3}{9}) \\ &= 6\frac{5}{9} \end{aligned}$$

Si el valor de $\frac{1}{3}$ es...

Éste es el valor de Ω ...

- b) Restar a 10 el valor conocido y tratar de completar ese resultado con dos de las fracciones propuestas:

$$10 - 3\frac{1}{2} = 6\frac{1}{2}$$

$$4\frac{5}{10} + 2\frac{1}{3} = (4 + 2) + (\frac{5}{10} + \frac{1}{3})$$

$$= 6 + (\frac{5}{10} + \frac{1}{3})$$

$$= 6 + (\frac{1}{2} + \frac{1}{3})$$

$$= 6 + (\frac{3}{6} + \frac{2}{6})$$

$$= 6\frac{5}{6}$$

Si éstos son los valores de \blacklozenge y de \star ...

El resultado no se ajusta a la fracción que se necesita para completar 10.

$$4\frac{5}{10} + \frac{8}{4} = 4\frac{1}{2} + 2$$

$$= 6\frac{1}{2}$$

Si éstos son los valores de \blacklozenge y de \star ...

Ésta es la fracción que se necesita para completar 10.

Finalmente se espera que los alumnos concluyan que los valores de los símbolos son:

\blacklozenge	$4\frac{5}{10}$	\star	$\frac{8}{4}$
\blacklozenge	$2\frac{1}{3}$	Ω	$6\frac{5}{9}$
\times	$3\frac{2}{9}$		

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos planteen y resuelvan problemas de sumas y restas de fracciones con denominadores diferentes usando la equivalencia.

Consigna

Organízate con tres compañeros para jugar Uno y medio con tres. Las reglas son las siguientes.

- Cada equipo necesita un tablero que encontrará en el material recortable (página 205) y seis fichas de dos colores diferentes.
- Los jugadores se organizarán en parejas y tendrán listo su cuaderno para anotar y resolver operaciones. Cada pareja elegirá las fichas con las que hará sus tiros.
- Por parejas, escogerán tres casillas del tablero con fracciones de diferente denominador y colocarán sobre éstas sus fichas. Con los números de las casillas seleccionadas deberán realizar las sumas o restas necesarias para completar $1\frac{1}{2}$.
- Las parejas tendrán oportunidad de cambiar solamente uno de los números que eligieron, en caso de que consideren que no les es útil.

Cuando una de las dos parejas termine sus operaciones, comenzará a contar de uno en uno hasta 20, para dar tiempo a que la otra acabe; al término de la cuenta se revisarán las operaciones. Si el resultado es correcto, la pareja ganará dos puntos.

- En cada ronda del juego las parejas solamente podrán volver a seleccionar uno de los números utilizados anteriormente.
- La pareja que obtenga más puntos después de tres rondas será la ganadora.

Contenido

Resolución de problemas que impliquen sumas o restas de fracciones comunes con denominadores diferentes.

Consideraciones previas

Materiales

Por equipo:

- Tablero Uno y medio con tres (material recortable del libro del alumno, página 205).
- 3 fichas de un color.
- 3 fichas de otro color.
- Cuaderno.
- Lápiz.

Para profundizar tanto en el estudio de los números fraccionarios como en el de los números naturales, es importante que los alumnos se den cuenta de que hay diferentes maneras de representar una misma fracción. En esta ocasión se trata de que logren completar un número determinado realizando sumas, restas o sumas y restas combinadas.

Esta actividad representa un reto mayor para los alumnos, ya que ahora ellos elegirán los números que utilizarán y con qué operaciones los van a relacionar.

En el tablero hay 20 números representados de la forma $\frac{a}{b}$, dentro de los cuales se pueden establecer tres grupos: los que son menores que uno, los que representan la unidad y los que son mayores que uno. Entre algunos de ellos hay equivalencia.

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$$

$$\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{10}{5} = 2$$

$$\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{12}{4} = 3$$

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9}$$

$$\frac{7}{7} = \frac{11}{11}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$$

$$\frac{9}{6} = 1\frac{1}{2}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{10}$$

Una expectativa de este grado es que los alumnos adquieran dominio de la suma y la resta de fracciones mediante fracciones equivalentes; ésta es la razón por la que una condición fundamental del juego es involucrar tres números con diferente denominador en las operaciones; de tal forma que para cumplir con esta exigencia y evitar cálculos complejos se vean obligados a buscar y utilizar equivalencias. Por ejemplo:

$$\frac{12}{4} - \frac{10}{5} + \frac{6}{12} = 3 - 2 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$$

De esta forma, el proceso de buscar un común denominador resulta innecesario, y las operaciones pueden resolverse, incluso, mentalmente.

Si se considera necesario, antes de iniciar el juego dé un tiempo breve para que las parejas comenten algunas características que reconozcan de los números del tablero. Un aspecto que puede incluirse durante la puesta en común es que los alumnos expongan las equivalencias que identificaron entre ellos.

Es muy probable que entre los equipos se encuentren combinaciones como las siguientes:

$$\frac{3}{9} + \frac{4}{6} + \frac{5}{10} = 1\frac{1}{2}$$

$$\frac{10}{5} + \frac{3}{6} - \frac{11}{11} = 1\frac{1}{2}$$

$$\frac{12}{4} - \frac{7}{7} - \frac{6}{12} = 1\frac{1}{2}$$

$$\frac{9}{6} - \frac{1}{2} + \frac{5}{10} = 1\frac{1}{2}$$

Ya sea que los alumnos propongan cálculos que impliquen un solo tipo de operación o la combinación de ambas, es importante observar de cerca cómo los plantean, los interpretan y los resuelven; se recomienda que para la puesta en común se presenten operaciones con resultados correctos e incorrectos, para generar la discusión entre el grupo.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos adviertan que si a un número se le suma, resta, multiplica o divide otro número, y al resultado se le aplica la operación inversa con el mismo número, se obtiene el número original.

Contenido

Análisis de las relaciones entre la multiplicación y la división como operaciones inversas.

Consigna

En parejas, analicen los siguientes casos; posteriormente, hagan lo que se pide.

José y Carla juegan a adivinar números.

Caso A:

Carla: Piensa un número, pero no me lo digas. Multiplícalo por 2.
Al resultado súmale 5. ¿Qué número obtuviste?

José: 29.

Carla: El número que pensaste es 12.

José: Correcto.

Caso B:

José: Piensa un número. Divídelo entre 2. Al resultado réstale 4.
¿Qué número obtuviste?

Carla: 11.

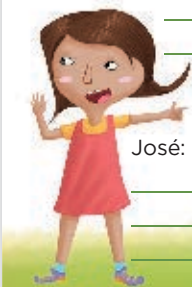
José: El número que pensaste es 30.

Carla: Correcto.

a) ¿Cómo descubrieron Carla y José el número que el otro había pensado? Explíquenlo en cada caso.

Carla:

José:



Caso C:

Carla: Piensa un número. Multiplícalo por 12. ¿Qué número obtuviste?

José: 180.

Carla: Divídelo entre 3.

José: Me quedó 60.

Carla: ¿El número que pensaste era el 15?

José: ¡Sí!

Caso D:

José: Piensa un número y divídelo entre 4. ¿Qué número obtuviste?

Carla: 14.

José: Multiplícalo por 12.

Carla: Son 168.

José: ¿Pensaste el 56?

Carla: ¡Así es!

b) ¿Cuál fue el truco que siguió Carla para adivinar el número de José?

c) ¿El truco de Carla fue el mismo que usó José? ¿Por qué?



Consideraciones previas

El propósito de estas actividades es que los alumnos analicen cómo es que cada niño logró saber el número que eligió el otro, con la finalidad de descubrir qué propiedades o regularidades de las operaciones planteadas se ponen en juego al hacer el truco. Se espera que los alumnos adviertan que para conocer el número de partida, Carla y José realizaron procedimientos inversos a los que iban mencionando. Es decir, en cada caso, la operación u operaciones inversas permiten encontrar los números pensados.

Las operaciones inversas son aquellas que deshacen o dejan sin efecto a las que se realizaron con anterioridad. Por ejemplo:

- Si a 7 se le resta 4 y luego se le suma 4, se tiene nuevamente 7. Entonces, $7 - 4 + 4 = 7$, ya que la suma y la resta son operaciones inversas.
- Si 12 se multiplica por 2 y después se divide entre 2, se tiene otra vez 12 ($12 \times 2 \div 2 = 12$), ya que la multiplicación y la división son operaciones inversas.

Los dos primeros casos son similares, ya que incluyen un proceso aditivo y uno multiplicativo. En el caso A, donde se parte de una multiplicación y una suma, se espera que los alumnos adviertan que el número pensado se obtiene con una resta y una división: $(a \times 2) + 5 = 29$, entonces: $a = (29 - 5) \div 2$; el número pensado es 12.

En el caso B se realizan una división y una resta; las operaciones inversas, suma y multiplicación, permiten determinar el número pensado $(a \div 2) - 4 = 11$, entonces: $a = (11 + 4) \times 2$; el número que Carla pensó es 30.

En los casos C y D solamente están involucrados procedimientos multiplicativos, en los que está presente la descomposición en factores, y para saber cuál es el número pensado también se realizan las operaciones inversas, pero en partes, de acuerdo con los factores:

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

- Caso C: $12 \times a = 180$, entonces $180 \div 12 = a$. Como 3 y 4 son factores de 12, a también se puede calcular si se divide 180 entre 3 y el resultado se divide entre 4. O bien, se hacen todas las operaciones inversas: $60 \times 3 = 180$, luego $180 \div 12 = 15$.
- Caso D: $a \div 4 = 14$, entonces $14 \times 4 = 56$. O se hacen todas las operaciones inversas: $168 \div 12 = 14$, luego $14 \times 4 = 56$. Otro camino puede ser: $14 \times 12 = 168$; $168 \div 3 = 56$.

Probablemente algunos alumnos respondan que Carla y José no realizaron el mismo truco, al considerar que el orden en que hicieron las operaciones es diferente. Sin embargo, se espera que adviertan que se trata del mismo procedimiento: descomponer en factores un número y operar con cada uno.

Una vez que los alumnos descubran el truco en cada caso, es conveniente pedirles que inventen algunos “trucos” para adivinar números pensados por otras parejas; deben verificar que el truco funciona y comentar en qué consiste.

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que impliquen aplicar las propiedades de la multiplicación y la división.

Consigna 1

En parejas, resuelvan los siguientes problemas.

Problema 1

En una calculadora se tecleó 35×100 , pero se cometió un error ya que se quería multiplicar por 50. ¿Cómo se corrige sin borrar lo que ya está?

Problema 2

En otra calculadora se tecleó 325×500 , pero se quería multiplicar por 125. ¿Cómo se corrige sin borrar?

Problema 3

En otra calculadora se tecleó 35×600 , pero se quería multiplicar por 30. ¿Cómo se corrige esta vez?

Contenido

Análisis de las relaciones entre la multiplicación y la división como operaciones inversas.

Problema 4

Sabiendo que $28 \times 16 = 448$, determinen, a partir de esta operación, los resultados de las siguientes multiplicaciones.

- $28 \times 4 =$
- $56 \times 16 =$
- $28 \times 80 =$
- $7 \times 16 =$
- $140 \times 160 =$

Problema 5

Sabiendo que $324 \div 12 = 27$, determinen los resultados de las siguientes divisiones.

- $972 \div 12 =$
- $324 \div 3 =$
- $81 \div 12 =$
- $108 \div 12 =$
- $3240 \div 120 =$



Consigna 2

En parejas, resuelvan el siguiente problema.

Sabiendo que $35 \times 24 = 840$, encuentren, sin hacer la operación, el resultado de:

a) $35 \times 12 =$ _____

b) $840 \div 24 =$ _____

c) $24 \times 7 =$ _____

d) $840 \div 12 =$ _____

e) $35 \times 8 =$ _____

f) $840 \div 7 =$ _____



Quinto grado | 125

Consideraciones previas

Tener dominio de las operaciones implica saber también cómo se relacionan entre sí y qué atajos permiten mayor eficacia en su resolución.

Los problemas 1, 2 y 3 de la consigna 1 exigen que los alumnos adviertan que un factor y el producto varían proporcionalmente, es decir, si uno aumenta al triple, el otro también aumenta al triple; si uno se reduce a la mitad, el otro disminuye a la mitad, etcétera; de esta manera, en el primer problema el factor 100 se reduce a la mitad, por lo tanto, el producto también debe reducirse a la mitad.

$$35 \times 100 = 3500$$

$$35 \times 50 = 1750$$

Una posible explicación de los alumnos es: 50 veces 35 es la mitad de 100 veces 35. En caso de que no la adviertan, puede compartirla con ellos. A partir de este ejemplo podrán deducir varias relaciones.

- Multiplicar por 50 es equivalente a multiplicar por 100 y luego dividir el resultado entre 2.
- Multiplicar por 100 es equivalente a multiplicar por 50 y luego multiplicar el resultado por 2.

En el caso del segundo problema, se espera que los alumnos determinen que el error se corrige al dividir entre 4. Como 125 corresponde a la cuarta parte de 500, el resultado que ahora se obtenga será la cuarta parte del anterior.

En el caso del tercer problema, hay varias formas de corregirlo. Algunas son:

- Dividir entre 20.
- Dividir entre 600 y luego multiplicar por 30.
- Dividir entre 100 y después multiplicar por 5.

Los problemas 4 y 5 son más complejos que los anteriores, ya que se proponen variaciones proporcionales que pueden relacionarse no sólo con uno de los números involucrados en las operaciones sino con los dos.

En el problema 4 se pueden detectar relaciones directamente proporcionales entre las diferentes operaciones y la multiplicación original.

- 28×4 y 7×16 representan variaciones en las que alguno de los factores es menor que el de la multiplicación original; en ambos casos uno de los factores es la cuarta parte de un factor inicial: $16 \div 4 = 4$ y $28 \div 4 = 7$; entonces, para encontrar los resultados de las dos multiplicaciones también se divide 448 entre 4.
- 56×16 , 28×80 y 140×160 representan variaciones mayores que la multiplicación original y es necesario identificar cuál es el factor que aumentó

y en qué medida lo hizo: 56 es el doble de 28; 80 es 5 veces 16; 140 es 5 veces 28, y 160 es 10 veces 16.

En el problema 5 los resultados de las operaciones planteadas se relacionan con el resultado de la operación original de dos formas distintas.

- $81 \div 12$, $108 \div 12$ y $972 \div 12$. En estos casos, los dividendos se mantienen constantes y el cociente mantiene una relación directa con el dividendo, de tal forma que, si hay más elementos (972), con ellos se forman más conjuntos de 12, y si hay menos elementos (81 y 108), con ellos se logran menos grupos de 12 elementos. Seguramente los alumnos van a concluir que, como 81 es la cuarta parte de 324, y 108 es la tercera parte, los resultados se pueden calcular dividiendo 27 entre 4 y entre 3. Y como 972 es el triple de 324, el resultado se puede obtener multiplicando 27×3 .
- $324 \div 3$ y $324 \div 120$. Aquí es evidente la relación que guardan estos números con los de la operación original: cuando en la primera de estas divisiones, el 3 cabe cuatro veces más en 324 que 12, porque 3 es la cuarta parte de 12; entonces, para saber el resultado de $324 \div 3$, es necesario cuadruplicar el resultado de $324 \div 12$. En el caso de $324 \div 120$, el 120 cabe 10 veces menos en 324 que el 12, porque 120 es 10 veces mayor que 12, entonces, el resultado se puede conocer si 27 se divide entre 10.

Seguramente encontrarán diferentes procedimientos en el grupo, por ello es importante analizar las respuestas de los alumnos y discutir las ampliamente, de tal forma que queden claras las propiedades o relaciones identificadas y utilizadas.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

Intención didáctica

Que los alumnos consideren la necesidad de establecer puntos de referencia para ubicar objetos en un espacio determinado.

Contenido

Interpretación y descripción de la ubicación de objetos en el espacio, especificando dos o más puntos de referencia.

Consigna

Organizados en parejas, ubiquen los objetos que se indican y enciérrenlos en un círculo. Tomen en cuenta la información que se proporciona.

- a) Los zapatos del primer entrepaño.
- b) La tercera camisa.
- c) El segundo saco.
- d) El primer pantalón.
- e) Los zapatos del lado derecho.
- f) La ropa que está doblada en el anaquel de en medio.





- a) El aparato que está en la parte superior del segundo anaquel del lado derecho, de abajo hacia arriba.
- b) Los libros que están en el primer nivel del librero, contando de abajo hacia arriba, tercer anaquel de izquierda a derecha.
- c) El primer libro, a partir de la izquierda, de los que están en el segundo anaquel del lado izquierdo, contando de arriba hacia abajo.
- d) El primer libro, a partir de la derecha, que está en el tercer anaquel de la parte central del librero, contando de abajo hacia arriba.
- e) El quinto libro, contando desde la izquierda, de los que están en el tercer anaquel del lado izquierdo, contando de abajo hacia arriba.

Consideraciones previas

Los alumnos se enfrentarán a la necesidad de utilizar puntos de referencia para identificar la ubicación de los objetos que se les indican. Seguramente para ubicar las primeras imágenes habrá por lo menos dos respuestas diferentes, pues algunos alumnos comenzarán a contar de derecha a izquierda, otros de izquierda a derecha; o bien, de arriba hacia abajo o de abajo hacia arriba, para determinar la ubicación de los objetos que se les indican. En la segunda imagen, es probable que ya no haya diferencias en las respuestas, pues existen datos que permiten tomar referencias para ubicar los objetos.

Al término de estas actividades es importante que los alumnos reflexionen por qué en la primera imagen existe la posibilidad de diferentes interpretaciones y en la segunda ilustración no. Para ello se sugiere que en un primer momento las parejas intercambien su trabajo y discutan las diferencias, y, posteriormente, se hagan comentarios de manera grupal.

Observaciones posteriores

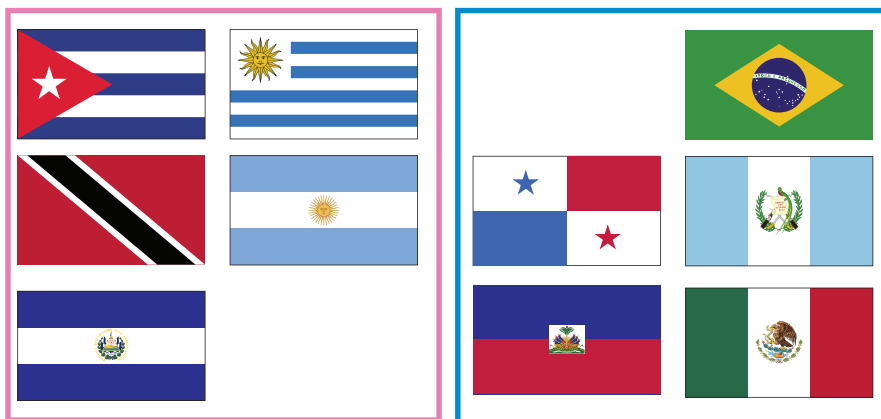
1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

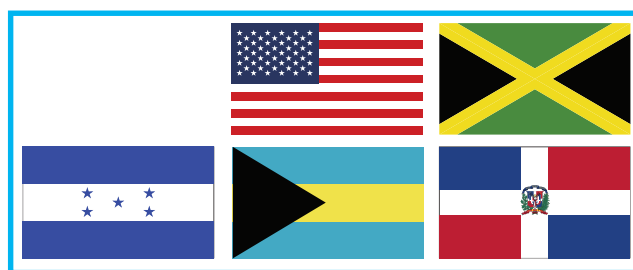
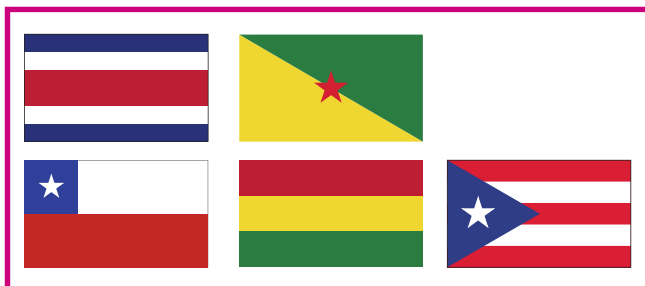
Que los alumnos ubiquen objetos en un espacio determinado, dados algunos puntos de referencia.

Consigna

En parejas, escojan tres banderas de las que aparecen a continuación. Escriban tres mensajes en los que describan el lugar donde se encuentra cada una, sin mencionar sus características. Cuando terminen, intercambien sus mensajes con otra pareja y ubiquen las que ellos eligieron.

**Contenido**

Interpretación y descripción de la ubicación de objetos en el espacio, especificando dos o más puntos de referencia.



Consideraciones previas

En esta actividad serán los alumnos quienes determinen las referencias necesarias para ubicar una bandera dentro del grupo al que pertenece. Aquí lo importante es que aun cuando reconozcan varias de ellas y sepan a qué país representan, los mensajes no deben incluir el nombre del país o sus características de color o escudo.

Así que, identificar todas las banderas de América no es un requisito imprescindible para realizar la actividad.

Se espera que los alumnos logren descripciones como las siguientes:



- Bandera de México: está en la tercera columna de ese grupo y es la tercera contando de arriba hacia abajo.
- Bandera de Belice: si se cuenta de izquierda a derecha, se encuentra en el tercer lugar de la fila superior.

Es muy probable que los alumnos incluyan en sus descripciones términos coloquiales como “encimada”, “por arriba de”, “a un lado de”, “pegada a”, lo cual es válido; sin embargo, durante la puesta en común será importante analizar algunos mensajes y reorientarlos utilizando los términos formales, con la intención de que este lenguaje se use cotidianamente en la escuela y le den sentido a lo que aprenden.

En caso de que algunos alumnos den como referencia el nombre del país que representa una bandera determinada, será conveniente señalar que no puede ser referencia suficiente, pues no hay garantía de que a quien se da el mensaje conozca las banderas de todos los países de América, en cambio, todos pueden saber qué significa *arriba de...*, *debajo de...*, *a la derecha de...*, *en la segunda fila*, etcétera.

Se recomienda que la discusión de la puesta en común se oriente en dos sentidos:

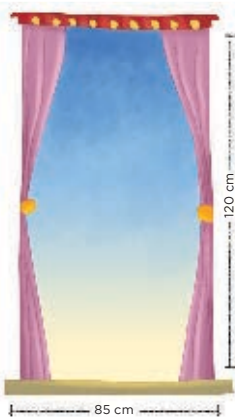
- a) Analizar si las referencias dadas por los equipos fueron precisas, qué información hizo falta, o si incluyeron información de más.
- b) Verificar que las parejas interpretaron correctamente las instrucciones para localizar la bandera.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos obtengan una fórmula para calcular el perímetro de un rectángulo.

Consigna

Organizados en equipos, analicen la siguiente situación y contesten lo que se pide.

La familia Pérez compró una casa y desea hacerle algunos arreglos; entre otros, cambiar las puertas y las ventanas.

Para hacer ventanas de aluminio, el herrero cobra por metro lineal, por lo que es necesario saber cuántos metros lineales de aluminio se necesitan.

a) ¿Qué cantidad de aluminio se necesitará para construir una ventana?

¿Y para hacer cuatro?

b) ¿Qué forma geométrica tienen las ventanas?

c) ¿Cómo podemos encontrar el perímetro de esa figura?

d) Escriban una fórmula para obtener el perímetro de cualquier figura como ésta.

**Contenido**

Construcción y uso de una fórmula para calcular el perímetro de polígonos, ya sea como resultado de la suma de lados o como producto.

Consideraciones previas

Es importante observar el trabajo de los equipos para apoyarlos y orientarlos permanentemente en el desarrollo de las actividades, con la finalidad de detectar desviaciones y aciertos que puedan ser útiles al momento de la confrontación.

Tal vez sea necesario aclarar que el perímetro es la cantidad de unidades lineales que caben en el contorno de una figura. Se espera que los alumnos concluyan que la forma de las ventanas corresponde a un rectángulo y que su perímetro se obtiene sumando dos veces la medida del largo (a) más dos veces la medida del ancho (b), es decir, $(2a + 2b)$.

En relación con la fórmula, es muy probable que escriban:

$$P = a + b + a + b \quad \text{o} \quad P = 2 \times a + 2 \times b.$$

En este caso vale la pena aclarar que son expresiones equivalentes. También es importante indicar que se puede usar cualquier letra para representar la altura del rectángulo, y cualquier otra para la base.

Observaciones posteriores

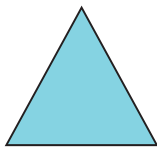
1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

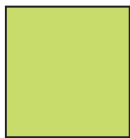
Que los alumnos obtengan una fórmula para calcular el perímetro de polígonos regulares.

Consigna

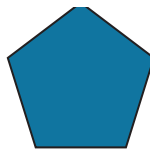
En equipos, analicen las siguientes figuras y contesten lo que se pide en cada caso.



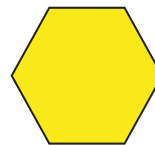
n
Triángulo
equilátero



m
Cuadrado



b
Pentágono
regular



l
Hexágono
regular

- a) El triángulo equilátero representa un jardín cuyos lados miden 6 m cada uno, y alrededor de él se va a colocar una cenefa de adoquín. ¿Cuántos metros de adoquín será necesario comprar?
-
- b) Si el jardín tuviera forma cuadrada, como el segundo dibujo, y cada lado midiera 4.7 m, ¿qué cantidad de adoquín sería necesaria?
-
- c) Si para un jardín de forma hexagonal, representado por la última figura, se utilizaron 21 m de adoquín, ¿cuánto mide cada uno de sus lados?
-

Contenido

Construcción y uso de una fórmula para calcular el perímetro de polígonos, ya sea como resultado de la suma de lados o como producto.

d) Escriban una fórmula para calcular el perímetro de cada una de las figuras que representan los jardines.

Triángulo equilátero

Cuadrado

Pentágono regular

Hexágono regular



Consideraciones previas

Es muy probable que la mayoría de los equipos expresen las fórmulas en forma de sumas y no como producto: $n + n + n$; $m + m + m + m$; $b + b + b + b + b$; $l + l + l + l + l + l$. Por lo anterior, se debe observar el trabajo de los equipos con la finalidad de detectar estos aspectos, retomarlos durante la puesta en común de los resultados y hacer notar estas equivalencias.

Para el caso del triángulo equilátero se pueden utilizar las siguientes expresiones equivalentes: $n + n + n$, $3n$ y $3 \times n$. Sin embargo, conviene advertir que la forma más abreviada y que generalmente se utiliza en la fórmula es $3n$, donde n representa la medida de un lado del triángulo equilátero.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos obtengan una fórmula para calcular el perímetro de polígonos irregulares.

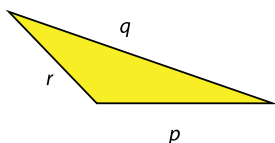
Contenido

Construcción y uso de una fórmula para calcular el perímetro de polígonos, ya sea como resultado de la suma de lados o como producto.

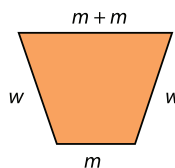
Consigna

En parejas, hagan lo que se pide a continuación.

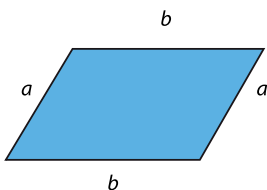
1. Escriban en la tabla de la siguiente página una fórmula para calcular el perímetro de cada una de las figuras.



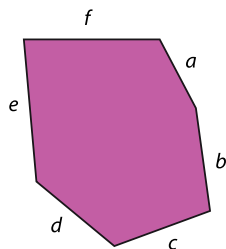
Triángulo escaleno



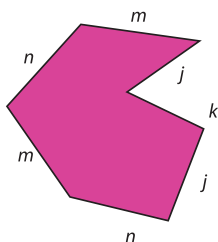
Trapecio isósceles



Romboide



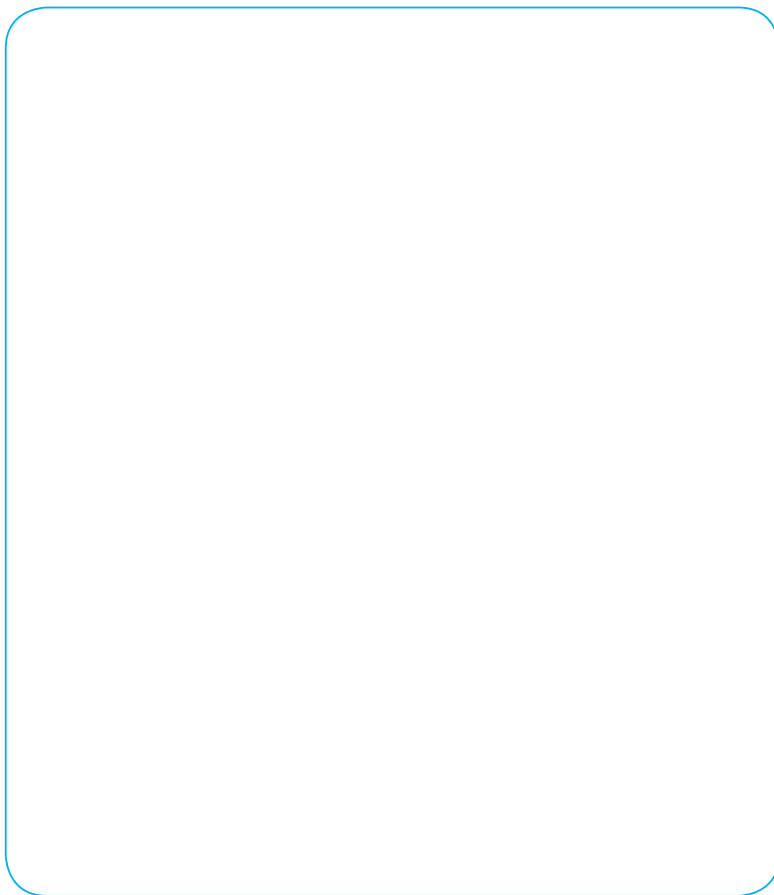
Hexágono irregular



Heptágono irregular

Figura	Perímetro
Triángulo escaleno	
Trapezio isósceles	
Romboide	
Hexágono irregular	
Heptágono irregular	

2. Dibujen un triángulo cuyo perímetro sea 18.6 cm.



a) ¿Qué tipo de triángulo trazaron?

b) ¿Cuál es la longitud de cada lado?

Consideraciones previas

La idea de este desafío es que los alumnos reflexionen sobre la forma general de obtener el perímetro de cualquier polígono, es decir, sumando las medidas de todos sus lados. Sin embargo, cuando se tienen dos o más lados con la misma medida, la suma puede representarse como producto de valores iguales “tantas veces, tal número”, como en el caso del trapecio isósceles, donde probablemente la mayoría escriba la fórmula $P = w + w + m + m + m$, con lo que habrá que hacerles ver que también se puede expresar como producto; es decir, $P = 2 \times w + 3 \times m$, o bien, $P = 2w + 3m$.

También se les puede preguntar a los alumnos qué significa que aparezcan dos emes, dos enes, dos aes, etcétera, en una misma figura, esto con la finalidad de que se den cuenta de que estas literales representan la misma medida.

Para trazar el triángulo con el perímetro dado, será importante resaltar que esta medida no necesariamente corresponde a un tipo de triángulo determinado, ya que puede ser un equilátero, un isósceles o un escaleno; lo importante es ver de qué manera hacen la distribución de las magnitudes en cualquiera de estos casos.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos establezcan relaciones de equivalencia entre las diferentes unidades de medida de longitud y realicen conversiones para resolver problemas.

Contenido

Resolución de problemas en que sea necesaria la conversión entre los múltiplos y submúltiplos del metro, del litro y del kilogramo.

*Consigna 1*

En parejas, completen la tabla con base en la siguiente información.

El metro es una unidad de medida que pertenece al Sistema Internacional de Unidades. La palabra metro viene del griego *metron*, que significa 'medida'.

El metro es la unidad base que se emplea para medir longitudes; a partir de ésta se forman otras unidades de medida, tanto mayores, llamadas múltiplos, como más pequeñas, llamadas submúltiplos.

Los nombres de estas unidades se forman por prefijos griegos seguidos de la palabra *metro*.

deca → diez veces

hecto → cien veces

kilo → mil veces

deci → una décima parte

centi → una centésima parte

mili → una milésima parte

Unidad de longitud: metro Símbolo: m		
Múltiplos del metro (nombre)	Símbolo	Equivalencia
decámetro	dam	10 m
	hm	
	km	

Unidad de longitud: metro Símbolo: m		
Submúltiplos del metro (nombre)	Símbolo	Equivalencia
centímetro		

Consigna 2

Los niños de un grupo registraron las medidas de diferentes objetos y las distancias entre diferentes lugares, e hicieron una tabla como la que se muestra a continuación. Analícenla y respondan lo que se pregunta.

	km	hm	dam	m	dm	cm	mm
Largo de la tarima						435	
Perímetro del salón				43	5		
Distancia de la escuela a la papelería			43	5			
Altura del bote de basura							435
Distancia de la escuela al zoológico		43	5				

- De las cosas que midieron, ¿cuál mide 4.35 hm?

- En el perímetro del salón, ¿cuántos decámetros completos caben?

- En el largo de la tarima, ¿cuántos metros completos caben?



d) ¿La distancia de la escuela al zoológico es mayor o menor que 4 km? Explica tu respuesta.

e) ¿La altura del bote de basura es mayor o menor que 1 m? Explica tu respuesta.

f) ¿Cuál es la distancia de la papelería al zoológico?

Consigna 3

Con tu mismo compañero, analiza y resuelve los siguientes problemas.



1. Eleazar camina todos los días de su casa a la escuela $1\frac{1}{2}$ km. Si cuando pasa por la tienda lleva recorridos 320 m, ¿cuánto tiene que recorrer todavía para llegar a la escuela?

2. A un trabajador del municipio le encargaron pintar las guardaciones de las banquetas. Tiene que pintar ocho calles y cada una mide 1 hm. Hasta el momento lleva 245 m pintados. ¿Cuántos metros le faltan por pintar?

3. Un caracol se desplaza sobre una jardinera que mide 2 m de largo. Si recorre 13 mm por segundo, ¿cuántos segundos necesita para recorrer el largo de la jardinera?

4. Un caballo puede trotar a una velocidad promedio de 250 m por minuto. Isidro va a ir en caballo de Santa Lucía a San Jacinto. Si la distancia entre los dos pueblos es de 30 hm, ¿cuánto tiempo tardará Isidro en ir de un lugar a otro?
-

Consigna 4

En pareja, realicen las conversiones que se indican.

2.5 m = _____ cm	280 m = _____ dam
3.4 km = _____ m	396 cm = _____ m
1056 hm = _____ m	721 dm = _____ m



Consideraciones previas

Es conveniente plantear las actividades por separado y resolverlas una por una hasta que se haya revisado la anterior, para que todo el grupo vaya obteniendo conclusiones.

La primera consigna requiere sólo de la reflexión de los alumnos acerca de cómo se forman las equivalencias entre los múltiplos y los submúltiplos del metro. Dichas equivalencias se colocan en una tabla que facilita su percepción.

En la segunda consigna se requiere que usen las equivalencias para resolver algunos problemas.

Como puede observarse, los problemas plantean la necesidad de conocer la equivalencia para hacer la conversión, pero no se limitan a decir “si un listón mide 2 m, ¿cuántos centímetros son?”, ya que esta situación no muestra la necesidad de usar la equivalencia. En este caso es mejor plantear directamente un problema como “¿a cuántos centímetros equivalen 2 m?”.

En el primer problema de la consigna 3, los alumnos deberán interpretar a cuántos metros equivale un kilómetro y medio, y hacer la diferencia entre los metros recorridos para saber los que le faltan por recorrer.

$$1.5 \text{ km} = 1500 \text{ m} \rightarrow 1500 \text{ m} - 320 \text{ m} = 1180 \text{ m}$$

El segundo problema plantea la necesidad de tener presente que un hectómetro equivale a 100 m y que se trata de 8 calles de esa medida, así que habrá que multiplicar 8×100 y al resultado restarle 245 m.

El tercero y cuarto problemas parecen más difíciles porque involucran velocidad; sin embargo, requieren del mismo razonamiento que los anteriores, ya que no es necesario convertir unidades de tiempo, sólo trabajan con unidades de longitud. En el del caracol tienen que calcular a cuántos milímetros equivalen 2 m y esto dividirlo entre 13 para encontrar los segundos que necesita el caracol para recorrer la jardinera.

Posiblemente algunos alumnos requieran hacer una tabla para darse cuenta de lo anterior. Pero necesitarían una muy grande para ir marcando de segundo en segundo, por lo que les puede preguntar lo siguiente: si en un segundo recorre 13 mm, ¿cuántos mm recorrerá en 10 segundos?, ¿y en 20 segundos?, o bien ¿en cuántos segundos recorrerá 50 mm?, etcétera.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

1 segundo	13 mm
2 segundos	26 mm
...	...
	2000 mm

Intención didáctica

Que los alumnos establezcan relaciones de equivalencia entre las diferentes unidades de medida de capacidad y realicen conversiones.

Consigna

En equipo, realicen lo que se pide.

1. Con base en la siguiente tabla, respondan las preguntas.

Unidad de capacidad: litro			Símbolo: l		
Múltiplos			Submúltiplos		
Nombre	Símbolo	Equivalencia	Nombre	Símbolo	Equivalencia
Decalitro	dal	10 litros	Decilitro	dl	$\frac{1}{10}$ de litro
Hectolitro	hl	10 decalitros	Centilitro	cl	$\frac{1}{10}$ de decilitro
Kilolitro	kl	10 hectolitros	Mililitro	ml	$\frac{1}{10}$ de centilitro

- a) ¿Cuántos litros tiene 1 kl?

- b) ¿Cuántos centilitros tiene 1 l?

- c) ¿Cuántos decalitros tiene 1 hl?

- d) ¿A cuántos mililitros equivale 1 l?

- e) ¿A cuántos mililitros equivalen 7 dl?

- f) ¿A cuántos mililitros equivale $\frac{1}{10}$ l?

Contenido

Resolución de problemas en que sea necesaria la conversión entre los múltiplos y submúltiplos del metro, del litro y del kilogramo.

g) ¿A cuántos mililitros equivale $\frac{1}{100}$ l?

h) ¿Cuántos centilitros tiene 1 dl?

2. Con un refresco de 600 ml se pueden llenar tres vasos iguales. Raúl va a tener una reunión con sus amigos y piensa que si cada uno se toma cuatro vasos de refresco como los anteriores, con seis refrescos de 2 l le alcanzará exactamente.

a) ¿De qué capacidad son los vasos que usará Raúl para la reunión?

b) Si esto es cierto, ¿cuántas personas podrían estar en la reunión?

c) Si Raúl compra sólo refrescos de 600 ml, ¿cuántos tendría que comprar para que le alcance?

d) ¿Cuántos refrescos de 2 l se necesitan para tener un decalitro de refresco?

e) Con tres vasos de refresco de 250 ml, ¿cuántos centilitros se tendrían?



Consideraciones previas

Establecer equivalencias entre unidades de medida es una de las mayores dificultades para los alumnos, por lo que se debe insistir en el significado de cada una. Por ejemplo, para responder el inciso a del problema 1, se sugiere, independientemente del procedimiento empleado, advertir que 10 litros equivalen a un decalitro, que 10 dal equivalen a un hectolitro y que 10 hl equivalen a un kilolitro, de manera que el cálculo puede ser: $10 \times 10 \times 10 = 1000$.

Es importante que los alumnos compartan los procedimientos que evidencien las conversiones entre diferentes unidades. El inciso e del segundo problema es un buen ejemplo, ya que se puede determinar que 3 vasos de refresco de 250 ml son 750 ml y que si 10 ml equivalen a 1 cl, al dividir 750 entre 10, se obtiene el resultado correcto: 75 cl.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos establezcan relaciones de equivalencia entre las diferentes unidades de peso y realicen conversiones.

Contenido

Resolución de problemas en que sea necesaria la conversión entre los múltiplos y submúltiplos del metro, del litro y del kilogramo.

Consigna

En equipos, resuelvan los siguientes problemas.

- Consideren la siguiente información y completen las tablas que se presentan abajo.

- Diez unidades de medida de peso iguales equivalen a la unidad inmediatamente mayor.
- Las unidades de medida de peso se ordenan de mayor a menor de la siguiente manera.

Unidad	Kilogramo	Hectogramo	Decagramo	Gramo	Decigramo	Centigramo	Miligramo
Símbolo	kg	hg	dag	g	dg	cg	mg

Equivale a:	
1 kilogramo	_____ gramos
1 hectogramo	_____ gramos
1 gramo	_____ centigramos

Equivale a:	
1 decagramo	_____ kilogramos
1 decigramo	_____ miligramos
1 centigramo	_____ gramos

Equivale a:	
$\frac{1}{2}$ kilogramo	_____ gramos
$\frac{1}{10}$ kilogramo	_____ gramos

Equivale a:	
$\frac{1}{4}$ kilogramo	_____ gramos
$\frac{3}{4}$ kilogramo	_____ gramos

2. Para festejar el Día del Padre, la familia Sánchez preparó chiles en nogada. La siguiente tabla muestra la cantidad de ingredientes que utilizaron. Analícela y respondan lo que se pregunta.

Ingredientes	kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
Chiles poblanos	3		50				
Carne molida de res		20		500			
Carne molida de cerdo			150				
Pasas				150			
Duraznos			75				
Nueces				450			
Crema				1750			
Manzanas			56				
Almendras					10		
Granadas		10					
Ajo picado							500

- a) Para hacer los chiles en nogada, ¿se utilizó más de $\frac{1}{2}$ kg o menos de $\frac{1}{2}$ kg de duraznos? _____
¿De cuánto es la diferencia?

- b) ¿Cuántos hectogramos de pasas se utilizaron?

- c) ¿Cuántos kilogramos de carne de res se necesitaron?

- d) Utilicen otra u otras unidades para expresar de manera diferente la cantidad de crema que se empleó.

- e) ¿Cuántos kilogramos de carne molida de cerdo usaron?



Consideraciones previas

Se espera que en el primer problema los alumnos hagan una analogía entre las unidades de medida de peso y las unidades de medida de longitud y capacidad.

Por ejemplo, cuando una unidad se nombra con los prefijos *deca*, *hecto* o *kilo* es 10, 100 o 1 000 veces más grande que la unidad fundamental; cuando se nombra con los prefijos *deci*, *centi* o *mili* se hace referencia a unidades de medida 10, 100 o 1 000 veces más pequeñas que la unidad fundamental.

Es importante comentar colectivamente las reglas de agrupamiento con que se conforman los submúltiplos del gramo. Destacar qué parte del gramo representan un decigramo ($\frac{1}{10}$ de gramo), un centigramo ($\frac{1}{100}$ de gramo) y un miligramo ($\frac{1}{1000}$ de gramo).

Es probable que al completar las tablas tengan dificultad para ubicar el punto decimal. Por ejemplo, al expresar en kilogramos un decagramo (dag), tal vez anoten 10, 0.10 o 1.0. Si surgen estos errores, es conveniente plantear preguntas que lleven a los alumnos a darse cuenta de que 1 dag equivale a 10 g y que 10 g son la centésima parte de 1 kg. Otra forma es usar la división entre potencias de 10; en este caso, entre 100.

Puede sugerir a los alumnos que, cuando hagan una conversión, analicen otras posibles expresiones equivalentes; por ejemplo, cuando pasan $\frac{3}{4}$ kg a 750 g pregunte: ¿de qué otra manera se puede expresar esta misma cantidad? Probablemente observen que en 750 g hay siete hectogramos (hg) y 5 dag, y lo expresen de otra manera.

Algunas equivalencias son: $\frac{3}{4}$ kg = 750 g, $\frac{3}{4}$ kg = 7.5 hg, $\frac{3}{4}$ kg = 75 dag.

Respecto al problema 2, en el caso de la primera pregunta se pretende que los alumnos encuentren la relación entre $\frac{1}{2}$ kg y 50 dag.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos analicen los datos que contiene una gráfica de barras e interpreten la información presentada para responder preguntas al respecto.

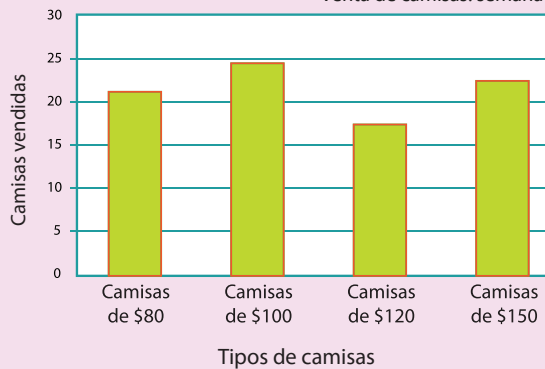
Consigna

Las siguientes gráficas representan las ventas de diferentes tipos de camisas en una tienda durante dos semanas. Reunidos en equipo, analicenlas y contesten lo que se pide.

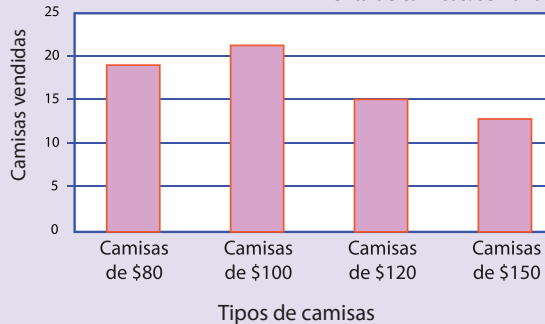
Contenido

Análisis de las convenciones para la construcción de gráficas de barras.

Venta de camisas: semana 1



Venta de camisas: semana 2



a) ¿Cuántos tipos de camisas se registran en las gráficas?

¿Cuáles son?

b) En la semana 1, ¿cuál fue el precio de la camisa más vendida?

c) ¿Cuántas camisas de \$80 se vendieron en la semana 2?

d) ¿En qué semana se vendieron más camisas?

e) Considerando las ventas de las dos semanas, ¿cuál es el tipo de camisa que menos se vendió?



Consideraciones previas

Las gráficas de barras, junto con las poligonales y las circulares, son las de mayor uso. Se utilizan comúnmente para presentar las frecuencias absolutas y relativas con que se manifiestan ciertos hechos o acontecimientos.

Aunque muchos alumnos han interpretado información en gráficas de barras, para otros será su primera experiencia, por eso es importante que en la puesta en común se discutan ampliamente las formas de obtener las respuestas; por ejemplo, los tipos de camisa son cuatro, sus nombres aparecen en el eje horizontal y cada barra representa la venta de cada tipo. Para el caso del inciso c, en la segunda semana se vendieron 19 camisas de \$80, porque la altura de la barra que representa la venta de este tipo de camisas llega hasta el 19 en la escala vertical.

En general, se trata de aprovechar la interpretación de las gráficas para identificar las principales convenciones.

- El título indica la distribución que se está graficando. En este caso, las ventas semanales de camisas por cada tipo.
- En cada eje se representa una variable; en este caso, en el eje horizontal los tipos de camisa y en el eje vertical la escala que se toma como referencia para saber la cantidad de camisas vendidas de cada tipo. En el ejercicio que se comenta, cada división del eje vertical representa 5 camisas vendidas.
- La altura de cada barra representa la frecuencia absoluta de cada variable registrada en el eje horizontal.

A veces la frecuencia de cada barra puede identificarse visualmente; en otras, es necesario realizar algún trazo o usar una escuadra; la perpendicular al eje vertical que coincide con el límite superior de la barra permite conocer la frecuencia de cada variable. Por lo anterior, es fundamental la precisión de los trazos en este tipo de gráficas.

Conceptos y definiciones

La *frecuencia absoluta* se refiere al número de veces que aparece un dato estadístico.

La *frecuencia relativa* de un dato es el resultado de dividir la frecuencia absoluta y el número total de datos; por ejemplo, se ha hecho una encuesta para conocer el número de hermanos de 9 personas y se han obtenido los siguientes resultados: 1, 2, 1, 5, 1, 0, 1, 2, 3.

Al ver estos datos podemos decir que la frecuencia absoluta del dato 0 es 1; del 1 es 4; del 2 es 2; del 3 es 1, y del 5 es 1.

Por otro lado, la frecuencia relativa del dato 0, es $\frac{1}{9}$, la frecuencia relativa del dato 1 es $\frac{4}{9}$, etcétera.

La frecuencia relativa también puede expresarse por medio de números decimales o porcentajes; por ejemplo, una aproximación de $\frac{4}{9}$ es 0.444, o bien 44.4%.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos utilicen las convenciones de una gráfica de barras para relacionar una tabla de frecuencias con su representación gráfica.

Contenido

Análisis de las convenciones para la construcción de gráficas de barras.

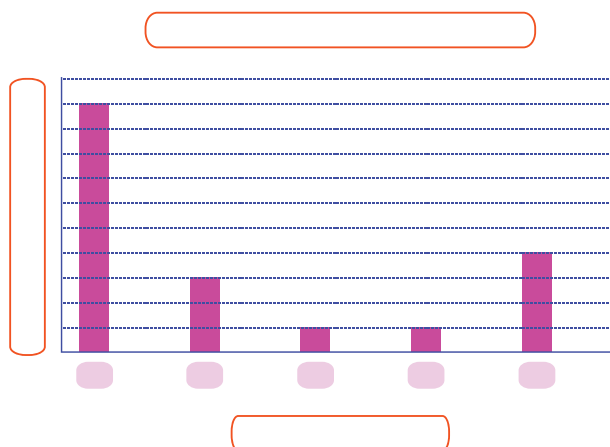
Consigna

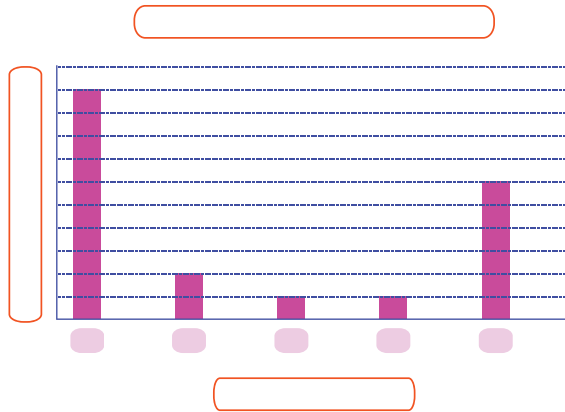
En equipo, resuelvan el siguiente problema.

En la siguiente tabla se organizaron las respuestas de una encuesta aplicada a 1000 estudiantes acerca de la cantidad de libros que leen en un año.

Cantidad de libros leídos	1	2	3	4	5 o más
Cantidad de personas	500	100	50	50	300

1. Descubran cuál de las dos gráficas siguientes representa la información de la tabla anterior. Para ello, escriban las cantidades que corresponden, así como los títulos de la gráfica y de los ejes (libros leídos y personas).





2. Elaboren una tabla con los datos de la gráfica que no corresponde a la tabla inicial. Después, respondan lo siguiente.

a) ¿Qué aspectos se deben considerar para construir una gráfica de barras?

b) ¿Cuáles son las ventajas de representar la información en una gráfica?



Consideraciones previas

En la primera actividad se espera que los alumnos reconozcan que el dato a ubicar en el eje horizontal es la cantidad de libros leídos, y en el eje vertical, la cantidad de personas. En caso de no ser así, es importante preguntarles: ¿cómo son las gráficas entre sí? ¿En qué son diferentes? ¿En qué son iguales? ¿Qué representa la altura de una barra? ¿Cuál es la escala que se emplea en el eje vertical? La finalidad de estas preguntas es lograr que los alumnos identifiquen que la altura de las barras representa la cantidad de personas.

La dificultad para relacionar el número de personas con la altura de las barras depende de que reconozcan la escala utilizada en ambas gráficas; en este caso, cada segmento del eje vertical representa 50 personas.

Una vez logrado lo anterior, se espera que los alumnos determinen que la gráfica que corresponde a la tabla es la segunda.

La intención de la actividad 2 es plantear el camino inverso y, de alguna manera, validar los argumentos. Se espera que los alumnos construyan una tabla con la siguiente información.

Cantidad de libros leídos	1	2	3	4	5 o más
Cantidad de personas	500	150	50	50	200

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos utilicen las convenciones de una gráfica de barras para representar información contenida en tablas de frecuencias.

Consigna

En equipo, elaboren una gráfica de barras que represente la información que se da en cada uno de los siguientes casos.

Caso 1. En una escuela primaria se hizo una encuesta sobre cuál es el equipo favorito de fútbol de los alumnos. La información que se obtuvo es la siguiente.

Equipo	Número de niños
Toluca	12
Pachuca	10
América	16
Cruz Azul	10
Guadalajara	20
Pumas	14
Otros	8
Total	90

Contenido

Análisis de las convenciones para la construcción de gráficas de barras.

a) ¿Qué información pusieron en la escala del eje vertical?

b) ¿Qué información pusieron en el eje horizontal?

c) ¿Para qué les sirvió graficar la información?

Caso 2. En un negocio de ropa se hace un control semanal de las ventas de cada tipo de mercancía. La siguiente tabla contiene información sobre dos marcas de camisa.

Cantidad de camisas vendidas en una semana					
	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
1ª marca	25	40	50	20	30
2ª marca	20	30	40	30	25

Comenten:

a) ¿Cuántas gráficas elaboraron? _____

¿Por qué?

b) ¿Qué información pusieron en la escala del eje vertical?

c) ¿Qué información pusieron en el eje horizontal?

d) ¿Para qué les sirvió graficar la información?

e) ¿Qué dificultades tuvieron al elaborar la gráfica?

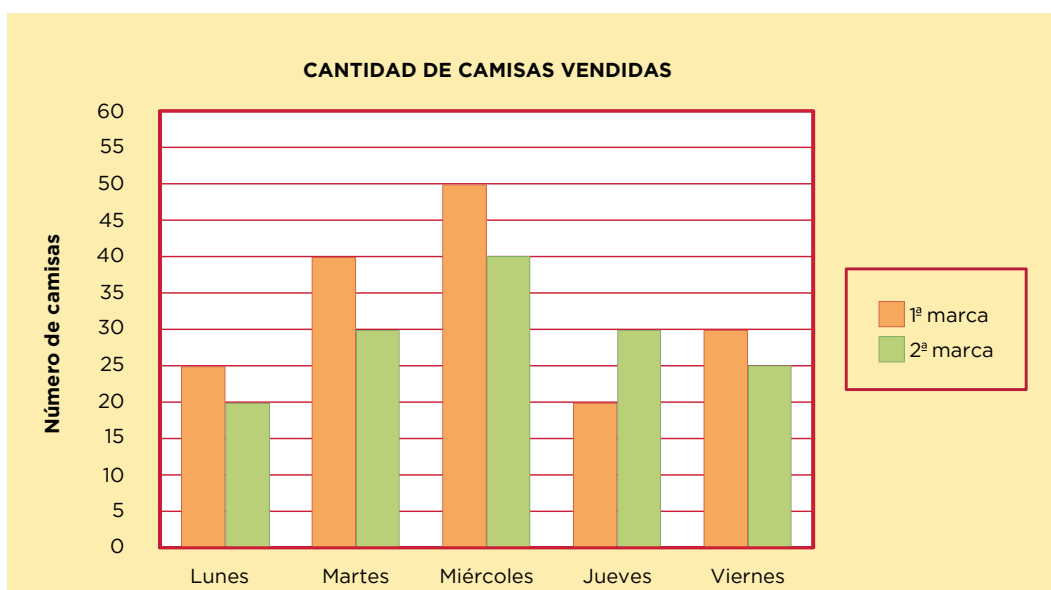


Consideraciones previas

En la primera actividad es probable que algunos equipos tengan dificultad para determinar la escala en el eje vertical; sin embargo, es importante que los alumnos tomen la decisión. También es probable que haya equipos que no coloquen los títulos correspondientes, por lo que en la puesta en común es conveniente preguntarles sobre la pertinencia de éstos. Finalmente, se espera que puedan elaborar una gráfica de barras.

El caso 2 representa un mayor desafío para los alumnos porque la tabla contiene dos series de datos (primera marca y segunda marca).

Es probable que algunos equipos elaboren dos gráficas, una para cada marca; a otros, tal vez se les ocurra elaborar sólo una como la siguiente.



Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Bloque V



Intención didáctica

Que los alumnos infieran y describan las características del sistema de numeración maya y las comparen con las del sistema decimal.

Contenido

Análisis de las similitudes y diferencias entre el sistema decimal de numeración y el sistema maya.

Consigna

En equipo, realicen las siguientes actividades.

1. Los números mayas se escriben de abajo hacia arriba en varios niveles cuyo orden hace que su valor cambie. Aquí se representaron los números de cada nivel con un color diferente para ayudarles a identificar su valor.

Completen las tablas y respondan las preguntas.



Sistema maya										
Sistema decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Sistema maya										
Sistema decimal	11	13	14	15	16	17	20	21	22	25

Sistema maya										
Sistema decimal	31	34	39	100	101	102	103	105	400	423

a) ¿Cuántas y cuáles son las cifras que se utilizan para escribir números en el sistema de numeración maya?

b) ¿Hasta cuántas veces puede repetirse cada cifra?

c) ¿Cuánto vale el punto en el primer nivel?

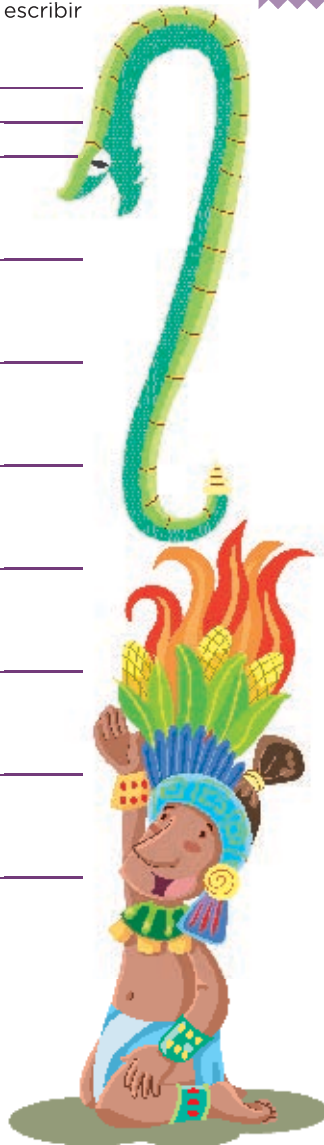
¿En el segundo nivel?

¿Y en el tercer nivel?

d) ¿Cuánto vale la raya en el primer nivel?

¿En el segundo nivel?

¿Y en el tercer nivel?



e) ¿Cuál es el mayor número que se puede escribir usando una sola vez las tres cifras?

¿Y el menor?

2. Completen las siguientes tablas. Al terminar, contesten las preguntas.

45			4×10	5×1
		1×100	0×10	6×1
2012	2×1000			2×1
			6×10	9×1
5880	5×1000		8×10	
322				

974				4×1
	3×1000	4×100	3×10	0×1
7931				
			0×10	9×1
		5×100	0×10	5×1
1004				

a) ¿Cuántas y cuáles son las cifras que emplea el sistema decimal?



- b) ¿Cuál es el número más grande que se puede escribir en una posición?

- c) ¿Cuál es el valor de cada una de las posiciones de un número? Escribe sólo las primeras cuatro de derecha a izquierda.

- d) Anoten una característica del sistema maya que se parezca a una del sistema decimal.

- e) Anoten una característica del sistema maya que no se parezca a una del sistema decimal.










Consideraciones previas




Se asignaron colores a los símbolos mayas con el fin de ayudar a los alumnos a entender el sistema de numeración.

No se trata de que memoricen símbolos ni de que aprendan a escribir cualquier número del sistema decimal en sistema maya, sino de que comparen sus estructuras y observen cuáles son las ventajas o desventajas de uno respecto al otro.

Si se considera necesario, se pueden escribir en una cartulina algunos números mayas donde quede más clara la división por niveles; por ejemplo:

					400
	20		100		40
	1		10		0

Si con este apoyo los alumnos aún tienen dificultad para encontrar los valores, se les puede explicar que el primer nivel vale 1; el segundo vale 20, y el tercero 400. De esa manera se les facilitará interpretar los valores.

Lo fundamental es observar que según el lugar que ocupa cualquiera de las tres cifras usadas en el sistema maya (  ) , adquieren un valor diferente según la posición que ocupen, y estos valores se suman para obtener el número final; es decir, se trata de un sistema de numeración posicional.

La segunda actividad permitirá volver a analizar algunas características del sistema de numeración decimal, con el fin de que observen que también en éste las cifras adquieren un valor diferente de acuerdo con el lugar que ocupan, y se suman estos valores.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos analicen las ventajas del sistema decimal con respecto al sistema de numeración maya.

Consigna

En parejas, resuelvan los siguientes problemas.

1. Anoten en la tabla las cantidades que se piden de acuerdo con el sistema de numeración indicado.



Cantidad	Número decimal	Número maya
Días que tiene un año		
Edad de uno de ustedes		
Número de alumnos en el grupo		
Número de hermanos que tiene cualquiera de ustedes		
Cantidad de maestros que hay en su escuela		

Contenido

Análisis de las similitudes y diferencias entre el sistema decimal de numeración y el sistema maya.

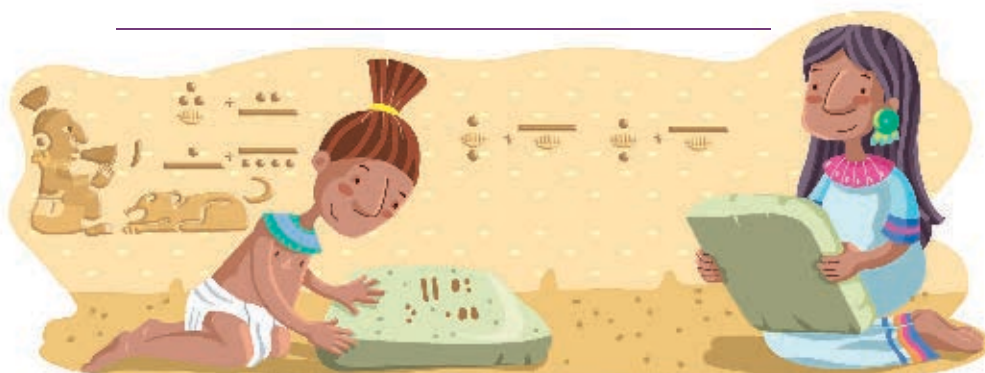
2. Resuelvan las siguientes operaciones en el sistema maya; transformen las cantidades al sistema decimal y contesten la pregunta.

•	+		=
• •		• •	
☉		—	

•	+	—	=
—		• • • •	

•	×		=
☉		—	
•		☉	

¿Por qué consideran que durante la historia de la humanidad se ha universalizado el sistema de numeración decimal?



Consideraciones previas

Seguramente a los alumnos se les dificultará hacer las operaciones en el sistema maya; incluso algunos tendrán problemas desde la representación de los números.

La dificultad para realizar operaciones es una de las razones fundamentales por las que los sistemas de numeración distintos al decimal no progresaron ni se universalizaron.

Esta actividad se trata de que los alumnos analicen y experimenten las características del sistema de numeración maya con base en los problemas planteados.

El trabajo que aquí se propone no se debe plantear más allá del análisis; esto es, no se les propondrán evaluaciones en las que se incluyan operaciones con sistemas diferentes al decimal.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos descubran que un problema de reparto se puede expresar como $\frac{n}{m}$, donde n representa las unidades a repartir y m representa el número entre el cual se reparten.

Contenido

Uso de la expresión $\frac{n}{m}$ para representar el cociente de una medida entera (n) entre un número natural (m): 2 pasteles entre 3; 5 metros entre 4, etcétera.

Consigna

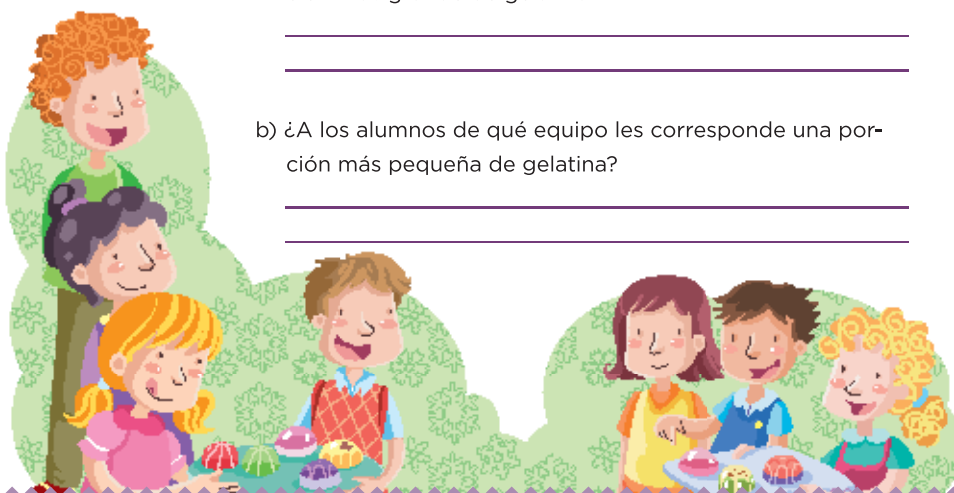
Trabajen en equipo para completar las tablas y responder las preguntas.

1. Varios alumnos se organizaron en equipos y repartieron gelatinas de manera equitativa y sin que sobrara ninguna. Las gelatinas son del mismo tamaño.

Equipo	Cantidad de gelatinas compradas	Cantidad de alumnos por equipo	Cantidad que le toca a cada uno
A	1	5	
B	2	5	
C	3	5	
D	4	5	
E	5	5	

- a) ¿A los alumnos de qué equipo les corresponde una porción más grande de gelatina?

- b) ¿A los alumnos de qué equipo les corresponde una porción más pequeña de gelatina?



2. La siguiente tabla corresponde a otros equipos.

Equipo	Cantidad de gelatinas compradas	Cantidad de alumnos por equipo	Cantidad que le toca a cada uno
F	7	3	
G	7	4	
H	7	5	
I	7	6	
J	7	7	

a) ¿A los alumnos de qué equipo les corresponde una porción más grande?

b) ¿A los alumnos de qué equipo les toca una porción más pequeña?

c) ¿Existe alguna relación entre ambas tablas que les permita saber rápidamente la cantidad que le toca a cada niño al repartir cierto número de gelatinas? Explíquenla.



Consideraciones previas

En grados anteriores, los alumnos resolvieron problemas de reparto mediante diversos procedimientos que podrán seguir usando y evolucionar hasta determinar que al repartir n unidades entre m personas, el resultado es la fracción $\frac{n}{m}$ o una equivalente.

Es probable que entre los procedimientos que surjan esté el de repartir una por una las gelatinas entre el número de niños que tenga el equipo. Por ejemplo, en la primera tabla, en la tercera fila, 3 gelatinas entre 5 niños, dirán: de la primera gelatina entre 5 les toca $\frac{1}{5}$; otro quinto de la segunda gelatina y un tercer quinto de la tercera gelatina, por lo tanto, les tocan $\frac{3}{5}$ de gelatina a cada uno.

Es conveniente que comparen su razonamiento con el de los alumnos que proponen lo siguiente: si de cada gelatina entre 5 se obtiene $\frac{1}{5}$ para cada uno, entonces el número de gelatinas irá en el numerador y el de alumnos en el denominador, por lo que, en este caso, cambiará el numerador y el denominador permanecerá constante.

En el caso del segundo problema, el número constante es el de las gelatinas y el de alumnos es el que varía. Por lo tanto, el numerador se mantendrá constante (7), y el denominador será el que cambie (3, 4, 5,...), dando como resultado una fracción donde a cada alumno le corresponde al menos una gelatina.

Con las preguntas que se plantean después de cada tabla se pretende que los alumnos observen la relación entre el número de gelatinas que se reparte y el número de alumnos entre quienes se reparte, además de la variación en el tamaño de la fracción según se cambie uno u otro. En caso de que los alumnos no se dieran cuenta de lo anterior, se les puede mencionar a manera de conclusión.

Se sugiere plantear problemas similares para que los alumnos contesten de modo oral; por ejemplo: si se reparten 8 manzanas entre 5 niños, ¿cuánto le toca a cada uno? Respuesta: $\frac{8}{5}$. Si se reparten 3 l de agua en partes iguales entre 4 personas, ¿cuánta agua le toca a cada una? Respuesta: $\frac{3}{4}$ l.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos anticipen números fraccionarios que expresan resultados en problemas de división.

Consigna

En equipo, completen la siguiente tabla y respondan las preguntas.

Un grupo de alumnos elaboró varios robots. Cada robot avanza determinada cantidad de unidades en función del número de pasos que da. Las tablas muestran esta relación.

Robot	Unidades que avanza	Número de pasos que da	Unidades que avanza por cada paso
A	1	5	
B	2	7	
C	4	10	
D	7	12	
E	10	30	
F	5	2	
G	3	3	
H	8	12	
I	9	15	
J	6	10	

a) ¿Qué robot avanza más en un paso?

b) ¿Cuál avanza menos en un paso?

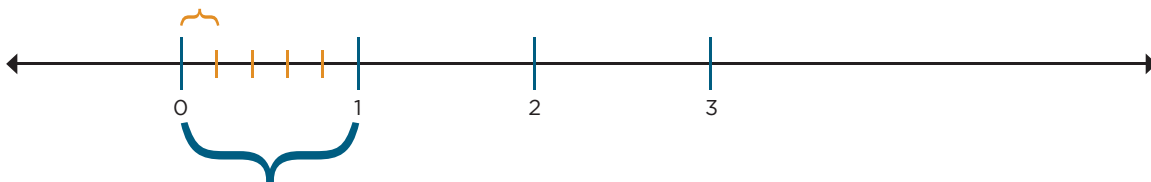
Contenido

Uso de la expresión $\frac{n}{m}$ para representar el cociente de una medida entera (n) entre un número natural (m): 2 pasteles entre 3; 5 metros entre 4, etcétera.



Consideraciones previas

Entre los procedimientos que pueden seguir está la representación del problema con dibujos o mediante una gráfica. Algunos podrían usar la recta numérica y representar el avance del robot A de la siguiente manera.



Las líneas azules representan las unidades que avanza y las líneas anaranjadas representan los pasos (5) que necesita dar para avanzar una unidad.

De aquí se deduce que cada paso que da el robot A representa una quinta parte de la unidad ($\frac{1}{5}$).

Seguramente después de hacer esto con uno o dos robots, ya no tengan necesidad de hacerlo con los demás y puedan entender la relación entre las dos columnas.

Deberán poner en práctica la comparación de fracciones para poder responder las preguntas que se plantean.

Al igual que en el desafío anterior, es probable que en la confrontación de resultados los alumnos expongan varios procedimientos, incluyendo el que se desea estudiar (la anticipación de la fracción $\frac{m}{n}$). De no ser así, se les puede señalar a manera de conclusión.

Esta idea deberá ser usada constantemente cuando se presenten situaciones semejantes y se pueden buscar problemas donde se aplique.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen y apliquen la regularidad en una sucesión con progresión geométrica de números naturales, para encontrar términos faltantes o cercanos.

Consigna

En equipo, resuelvan los siguientes problemas. Pueden utilizar la calculadora.

1. Encuentren los términos faltantes de las siguientes sucesiones.

a) 1, 4, 16, _____, 256, 1024, 4 096, _____, _____,...

b) 4, 28, 196, 1372, _____, _____, _____, 3294172,...

2. ¿Cómo encontraron los términos faltantes en cada sucesión?

3. En un estadio de futbol, los patrocinadores de los equipos que jugaron la final regalaron una camiseta y una gorra autografiadas por los jugadores a los aficionados cuyos boletos de entrada pertenecieran a la siguiente sucesión.

9, 27, 81, 243, 729, 2187,...

- a) Si Norberto tiene el boleto 19 683, ¿se ganó la camiseta y la gorra? Argumenta tu respuesta.

Contenido

Identificación de la regularidad en sucesiones con números que tengan progresión geométrica, para establecer si un término (cercano) pertenece o no a la sucesión.



b) En caso de haber ganado los premios, ¿en qué lugar estaría el boleto de Norberto?

4. Algunos folios de boletos fueron exhibidos en la entrada del estadio por diferentes motivos:

25 789, 36 890, 59 049, 63 564, 177 147, 531 441

a) ¿Cuáles corresponden a los ganadores de la gorra y la camiseta?

b) ¿Cómo determinaron los patrocinadores a quién le regalarían la camiseta y la gorra?



5. Más de 500 000 estudiantes a nivel nacional presentaron examen para ingresar a la universidad; algunos de los exámenes son idénticos en la sección de matemáticas.

Los siguientes son algunos de los folios de alumnos que presentaron examen en el mismo grupo.

Primer asiento	Folio	13
Segundo asiento	Folio	52
Tercer asiento	Folio	208

- a) Si Josefina presentó examen en este grupo y su solicitud tenía el folio 212 992, ¿qué asiento le correspondió?

- b) Si su amiga Norma tenía el folio 79 768, ¿estaría en este grupo? ¿Por qué?

- c) ¿Cómo determinaron los aplicadores los folios de los exámenes para organizar los grupos?



6. Algunos de los folios de los aspirantes que presentaron examen en el grupo 6 son los siguientes.

Primer asiento	2
Segundo asiento	4
Tercer asiento	6
Cuarto asiento	8
Quinto asiento	10

a) ¿Cómo determinaron los aplicadores los folios para los exámenes de este grupo?

b) ¿Qué folio le corresponde al asiento 10?, ¿y al 17? Argumenten su respuesta.



Consideraciones previas

Hay que considerar que éste es el primer contacto de los alumnos con las progresiones geométricas en una sucesión de números; por eso es importante que durante la puesta en común presten atención a los conceptos usados para justificar su respuesta, con el fin de establecer formalizaciones matemáticas correctas que permitan identificar las partes de la progresión (sucesión, término de la sucesión, patrón o regularidad).

En las sucesiones implicadas sólo se trabajan números naturales con progresiones crecientes; por lo tanto, se sugiere que, en caso de diseñar nuevos problemas, se tome en cuenta lo anterior en situaciones como números de boletos para rifas, distribución de asientos, folios y aquellos que impliquen seleccionar datos de un conjunto mayor (censos).

Debido a que la intención didáctica es identificar la regularidad, los alumnos pueden utilizar la calculadora para encontrar los términos de la sucesión.

En el primer problema, se espera que los alumnos encuentren con facilidad los términos faltantes, ya que pueden analizar los tres primeros e identificar su regularidad al dividir dos números consecutivos (el mayor entre el menor), corroborando con los otros términos que se cumpla la regularidad para, de esta manera, obtener los faltantes. La comprobación de respuestas es válida para todos los elementos y se debe fomentar su realización con preguntas como: ¿la regularidad encontrada se cumple para todos los números?, ¿cómo lo saben?, ¿qué hicieron para saber que la respuesta era la correcta?, ¿cómo la comprobaron?, etcétera.

Puede ser que encuentren la regularidad mediante el ensayo y error, lo cual es válido. Al momento de la puesta en común se discutirá qué forma es más eficaz para obtener el patrón.

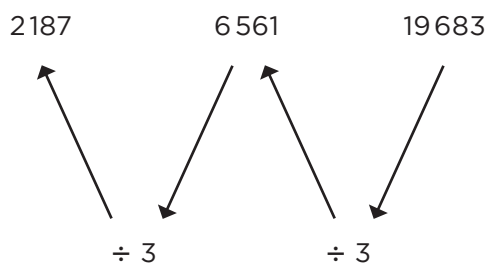
En el inciso a del problema 3 los alumnos no deben limitarse a responder *sí* o *no*, tendrán que argumentar por qué dieron esa respuesta, lo que permite analizar el tipo de razonamiento que aplicaron. En este caso, seguramente identificarán pronto que la regularidad existente entre 9, 27 y 81 no puede ser aditiva porque:

9	→	27	→	81
+ 18		+ 54		

Pero sí multiplicativa:

9	→	27	→	81
$\times 3$		$\times 3$		

Los alumnos se percataron, desde las sucesiones con progresión aritmética, de que también podían encontrar números yendo de atrás hacia adelante al aplicar la operación contraria; entonces, podrían aplicar este mismo concepto en las sucesiones con progresión geométrica, sólo que en este caso tendrían que dividir. Así, para saber si 19683 (boleto de Norberto) pertenece a la sucesión (boletos con premio) que ellos ya determinaron que se obtiene multiplicando por 3, podrán usar la estrategia de dividir entre 3 hasta obtener un número que ya esté dado en la sucesión:



En el caso del inciso *b* del problema 3, se espera que la respuesta sea un número ordinal. Para el inciso *a* del problema 4 es conveniente que los alumnos reconstruyan la sucesión presentada inicialmente y determinen los folios que corresponden a los ganadores. En el caso del inciso *b* del problema 4 se busca que los alumnos identifiquen la regularidad mediante la cual se construye la sucesión; en este caso, la regularidad es multiplicar por 3 el número del boleto anterior, comenzando con el número 9.

Conceptos y definiciones

Una *sucesión con progresión geométrica* es una sucesión de números tales que cada uno de ellos, salvo el primero, es igual al anterior multiplicado por un número constante llamado *razón*.

La *regularidad* o *patrón* de comportamiento en una sucesión con progresión geométrica es, por ejemplo, que cada término se calcula multiplicando el anterior por un número fijo.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos utilicen la regularidad de una sucesión con progresión geométrica para determinar si un elemento pertenece o no a tal sucesión.

Contenido

Identificación de la regularidad en sucesiones con números que tengan progresión geométrica, para establecer si un término (cercano) pertenece o no a la sucesión.

Consigna

En equipo, resuelvan los siguientes problemas.

1. En cada caso, indiquen si el número que aparece en el inciso pertenece o no a la sucesión. Argumenten su respuesta.

a) 512

2, 4, 8, 16, 32, 64,...

b) 4880

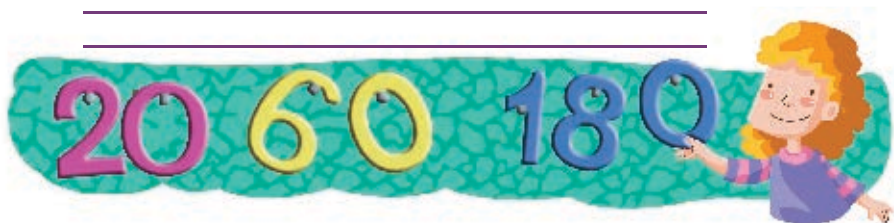
20, 60, 180, 540, 1620,...

c) 3.75

245 760, 61 440, 15 360, 3 840, 960, 240,...

d) 0.375

96, 48, 24, 12, 6, 3, 1.5,...



2. Diseñen una sucesión con progresión geométrica de 10 elementos como máximo. Consideren los siguientes pasos.

- Construyan la sucesión solicitada.
- Intercámbienla con otro equipo.
- Identifiquen la regularidad planteada en la sucesión que intercambiaron.
- Explíquenla a sus compañeros de grupo.



Consideraciones previas

En los incisos *a* y *b* del primer problema se espera que no haya dificultad, pues si encuentran la regularidad (multiplicar por 2 y 3, respectivamente), lo único que se debe hacer es continuar la sucesión y verificar si el número dado está o no en ella.

En el caso de los dos incisos siguientes, la dificultad es mayor, pues el patrón puede verse de dos formas: como un factor fraccionario o como un divisor; esto es, para el inciso *c* si se continúa esta sucesión (dividir entre 4 cada término), se llega a 3.75.

245 760, 61 440, 15 360, 3 840, 960, 240, ...

Otra forma de resolverlo es multiplicar cada número de la sucesión por $\frac{1}{4}$ o por 0.25, pero es poco probable que los alumnos lo analicen así.

Tal vez digan que 3.75 no pertenece a la sucesión porque observan que todos los números son enteros y se les pregunta por un número decimal. Habrá que dejar que discutan en grupo si ese argumento es válido o no. En caso de que no surja la idea de que no es válido, se les puede orientar o pedir que identifiquen el patrón y lo continúen para verificar su respuesta.

En el inciso *d*, el patrón consiste en dividir entre 2 cada término para obtener el siguiente, o multiplicar por $\frac{1}{2}$ o por 0.5.

En el problema 2, los alumnos pondrán en práctica todo lo aprendido para construir una sucesión con progresión geométrica y resolver la que haya elaborado otro equipo.

Éste es un buen momento para redondear los conceptos y aclarar las dudas.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que impliquen multiplicar números decimales por un número natural, utilizando procedimientos personales.

Consigna

En equipo, resuelvan el siguiente problema sin usar calculadora.

Ramiro trabaja en una papelería y tiene que estar muy atento a lo que debe cobrar, pues si le falta dinero lo paga de su sueldo.



- Una persona pidió 8 fotocopias tamaño oficio y 8 cd. ¿Cuánto deberá cobrarle en total?

- Otra persona pidió 3 cd y 5 fotocopias tamaño carta. ¿Cuánto le deberá pagar?

- Araceli le pidió a Ramiro 23 fotocopias tamaño oficio y que las engargolara. Pagó con un billete de \$50. ¿Cuánto debe regresarle de cambio?

**Contenido**

Resolución de problemas que impliquen multiplicaciones de números decimales por números naturales, con el apoyo de la suma iterada.

Consideraciones previas

En el inciso a es probable que determinen que el importe por dos fotocopias es \$1.50 y, por cuatro, \$3.00; por lo tanto, el importe por 8 fotocopias es \$6.00.

Algunos alumnos podrían usar otro procedimiento: descomponer los 75 centavos como 50 centavos más 25 centavos, luego sumar 8 veces los 50 centavos y aparte 8 veces los 25 centavos, de donde resulta \$4.00 más \$2.00, que en total son los \$6.00 que debe cobrar Ramiro.

Para encontrar el costo de los CD es probable que redondeen \$4.90 (precio de uno) a \$5.00, luego sumen 8 veces \$5.00, o bien multipliquen 8×5 y con ello obtengan como resultado \$40.00. Después (ya que agregaron 10 centavos en el redondeo por cada CD , lo cual equivale a 80 centavos por las 8 piezas), restarán \$0.80 a los \$40.00 y con ello habrán determinado el importe de los 8 CD , que es \$39.20.

Una vez obtenidos los precios por separado de las copias y de los CD , es necesario sumar sus importes para saber el costo total de la compra ($\$6.00 + \$39.20 = \$45.20$).

Dado que los alumnos ya saben multiplicar números naturales mediante el algoritmo convencional, es probable que lo utilicen para realizar las multiplicaciones 0.75×8 (costo de las ocho copias) y 4.90×8 (costo de los ocho CD). Si esto ocurre, es necesario comentar ampliamente la forma de ubicar el punto decimal en el resultado cuando se trata de multiplicar un número decimal por un número entero; así, en este caso los resultados correctos son 6.00 y 39.20, y no 600 y 3920.

Es muy probable que en los dos incisos siguientes los alumnos apliquen procedimientos similares a los antes expuestos, incluyendo el uso de la multiplicación. Nuevamente habrán de tener presente qué pasa con el punto decimal.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos relacionen la suma iterada de números decimales con la multiplicación y que encuentren un procedimiento para hallar el resultado.

Consigna

Organizados en equipos, resuelvan los siguientes problemas.

1. Una tubería tiene 7 tramos iguales de 0.75 m. ¿Cuál es la longitud de la tubería?

2. Esther compró 3 frascos de pegamento de \$4.80 cada uno. ¿Cuánto pagó en total?

3. Sonia compró 5 paquetes de queso panela con un peso de 0.375 kg cada uno y 6 paquetes de jamón con un peso de 0.250 kg cada uno. ¿Cuál es el peso total de los quesos y el jamón?

4. José fue a una papelería y sacó 10 fotocopias a color tamaño carta, a \$2.75 cada una, y 100 fotocopias blanco y negro tamaño carta, a \$0.75 cada una. ¿Cuánto pagó en total por todas las fotocopias?

**Contenido**

Resolución de problemas que impliquen multiplicaciones de números decimales por números naturales, con el apoyo de la suma iterada.

Consideraciones previas

Es probable que la mayoría de los alumnos aún use sumas iteradas para resolver cada uno de los problemas, pero también que algunos elijan la multiplicación. En este último caso es importante comparar los resultados obtenidos en cada respuesta y comentar acerca de la colocación del punto decimal. En caso de que ninguno use la multiplicación, méncionela como una opción para resolver con mayor facilidad este tipo de situaciones.

Al presentar el algoritmo de la multiplicación con decimales habrá que poner énfasis en el punto decimal del resultado, resaltando que el número de cifras decimales significativas del resultado coincide con el número de cifras decimales significativas del factor que se multiplica; es decir, si el factor tiene décimos, el resultado tendrá décimos; si el factor tiene centésimos, el resultado tendrá centésimos, etcétera.

Una posible explicación de lo anterior es: $7 \times 0.75 \text{ metros} = 7 \times 75 \text{ centésimos de metro} = 525 \text{ centésimos de metro} = 5 \text{ metros} + 25 \text{ centésimos de metro} = 5.25 \text{ metros}$.

Se limita el uso de la calculadora para resolver los problemas porque la finalidad es que los alumnos entiendan por qué obtienen esos resultados.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que impliquen multiplicar números decimales por un número natural, utilizando el algoritmo convencional.

Consigna

En equipos, resuelvan el siguiente problema sin usar calculadora.

El profesor Héctor y sus alumnos organizaron una excursión a la ciudad de México. Visitarán el Centro Histórico, el Castillo de Chapultepec y el Museo de Antropología. El costo del transporte por alumno es de \$310.75 y no incluye alimentos.

- a) Para pagar el transporte, el profesor Héctor tiene que juntar el dinero de los 37 alumnos que participarán en la excursión. ¿Cuánto dinero debe juntar?

- b) Para comer, seleccionaron un restaurante que ofrece un paquete de hamburguesa con papas y agua fresca por \$37.50. Antes de salir a la ciudad de México, el profesor decidió juntar el dinero de la comida de todo el grupo. ¿Qué cantidad debe reunir?



Quinto grado | 169

Contenido

Resolución de problemas que impliquen multiplicaciones de números decimales por números naturales, con el apoyo de la suma iterada.

Consideraciones previas

Las operaciones 310.75×37 y 37.50×37 permiten obtener el costo total del transporte y de la comida de los excursionistas. Es probable que los alumnos continúen utilizando procedimientos personales, como la suma iterada, para encontrar los resultados de dichas operaciones; sin embargo, ahora se trata de promover el uso del algoritmo usual o convencional.

Se seleccionaron las cantidades que aparecen en los problemas para que los alumnos, al usar la suma iterada, si fuera el caso, adviertan que les llevaría mucho tiempo y seguramente tendrían algunos errores por la longitud de la operación, incluso si consideraran sumar en forma separada los pesos y los centavos.

Cuando se realice la confrontación de procedimientos, si ninguno de los alumnos utilizó el algoritmo, se sugiere ofrecerlo como una alternativa más para resolver ese tipo de operaciones y promover que discutan sus ventajas.

Al llevar a cabo las operaciones de multiplicación que resuelven el problema se debe hacer énfasis en la relación que existe entre los decimales de uno de los factores con los que lleva el resultado de la operación; como en este caso uno de los factores tiene centésimos, el resultado deberá tener centésimos también.

310.75	37.50
× 37	× 37
217525	26250
93225	11250
11497.75	1387.50

Es muy importante discutir y deducir el procedimiento para ubicar el punto decimal en el resultado y, por supuesto, señalar que dicho algoritmo es muy semejante al que se utiliza para multiplicar números naturales.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos conciban la circunferencia como un conjunto de puntos que están a la misma distancia de otro punto al que se llama *centro*, y que identifiquen esa distancia como el radio de la circunferencia.

Consigna 1

Entre todo el grupo elijan a un compañero para que se coloque en un punto determinado del patio; los demás se pararán a 1 m de distancia de él.



Observen y digan qué figura se forma con todos los alumnos que se pararon a un metro de distancia de su compañero que está en el centro.

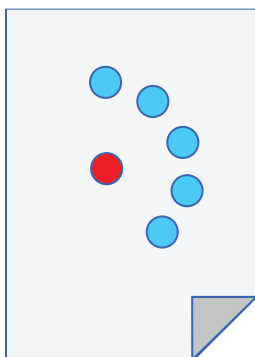
Contenido

Distinción entre círculo y circunferencia; su definición y diversas formas de trazo. Identificación de algunos elementos importantes como radio, diámetro y centro.

Consigna 2

Organizados en parejas, hagan lo que se indica.

1. Marquen un punto con color rojo en el centro de una hoja blanca. Después marquen con azul todos los puntos que se encuentren a 5 cm de distancia del punto rojo. Ganará la pareja que marque más puntos cuando el profesor diga: ¡Alto!



¿Qué figura forman todos los puntos que marcaron?

2. En otra hoja marquen un punto rojo en el centro. Usen un pedazo de cuerda para marcar muchos puntos que estén a la misma distancia del punto rojo. Ganará quien marque más puntos.

¿Encontraron alguna manera de marcar todos los puntos posibles? Expliquen cómo lo hicieron.

Consideraciones previas

Las actividades tienen el propósito de ilustrar a los alumnos el concepto de circunferencia como el conjunto de puntos que están a la misma distancia de otro punto al que se le llama *centro*. En el caso de la primera actividad, el centro es el compañero voluntario, mientras que en las otras dos actividades el centro es el punto rojo que marcarán en la hoja.

Si la primera consigna no se puede realizar en el salón de clases, podrán hacerlo en el patio. Hay que pasar el metro o un listón que mida un metro a los alumnos que lo requieran; pronto notarán que están formando una circunferencia, aunque es muy probable que le llamen *círculo*, por lo que será necesario aclararles que forman una circunferencia (perímetro del círculo) y que ésta, más el espacio que está dentro, es lo que se conoce como círculo.

En la actividad 1 de la segunda consigna es necesario que los alumnos tengan una regla o escuadra graduada. Algunos alumnos se darán cuenta de que lo solicitado es una circunferencia de 5 cm de radio, con el centro en el punto rojo, por lo que, quizá, cambien la regla por un compás. Cuando se indique “¡Alto!”, se deberá pedir que digan cuántos puntos encontraron. Aquellos alumnos que usaron el compás podrían responder “muchos”, “muchísimos”, “no los puedo contar” e, incluso, “un número infinito”.

La segunda actividad de la consigna 2 tiene el propósito de que los alumnos usen la cuerda como compás. Se recomienda que sea de hilo grueso y que no se estire; pueden utilizar el hilo cáñamo o algún estambre. Es probable que algunos aún marquen de punto en punto; la estrategia óptima es que uno de los integrantes de la pareja sujete un extremo en el punto rojo y el otro, con el lápiz en el extremo opuesto, marque la circunferencia. La circunferencia contiene todos los puntos que es posible marcar.

Al terminar las tres actividades, se pueden hacer preguntas como las siguientes: ¿qué se formó en todos los casos? Si tuvieran que explicarle a alguien qué es una circunferencia, ¿cómo lo harían sin usar dibujos?

Para finalizar, es conveniente que se formalice lo trabajado. Los alumnos identificarán la circunferencia, el centro y el radio en cada una de las actividades propuestas. Se les puede pedir que hagan un resumen en su cuaderno y que lo ilustren.

Materiales

Por equipo:

- Un metro o un listón que mida un metro.
- Una regla o escuadra graduada.
- Compás.
- Hilo grueso (cáñamo o estambre).

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

Intención didáctica

Que los alumnos adquieran el concepto de círculo como la superficie que queda limitada por una circunferencia.

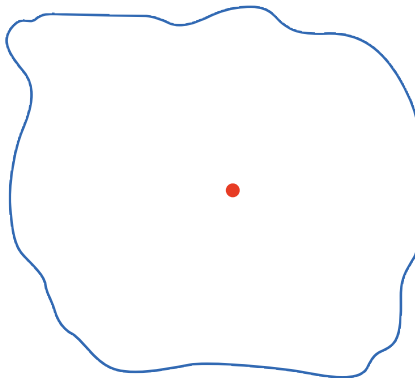
Contenido

Distinción entre círculo y circunferencia; su definición y diversas formas de trazo. Identificación de algunos elementos importantes como radio, diámetro y centro.

Consigna

En parejas, resuelvan los siguientes problemas y contesten las preguntas.

1. El siguiente dibujo representa el pueblo de San Lucas. El punto rojo indica el lugar donde se instaló una antena de radio que transmite sus ondas a una distancia máxima de 3 km.



- a) Representen cada kilómetro con 1 cm y marquen con color rojo el límite de la zona donde se escucha la radio. Después colorean de azul todo lo que queda dentro de ese límite.

- b) ¿Qué forma tiene la figura marcada con rojo?

- c) ¿Qué forma tiene lo coloreado de azul?

2. Tracen círculos cuyos radios tengan diferentes medidas y después marquen con algún color su circunferencia.

a) Radio: 5 cm

b) Radio: 3.5 cm

c) Radio: $4\frac{1}{2}$ cm

Consideraciones previas

Mientras los alumnos trabajan, el profesor puede observar el trabajo de los diferentes equipos y apoyarlos en caso de que note que no han entendido lo que se tiene que hacer. Se espera que las experiencias de la sesión anterior sirvan de base para resolver este problema, ya que, en esencia, el problema consiste en encontrar todos los puntos que están a 3 cm de distancia del punto rojo (circunferencia) y después colorear de azul todos los puntos que quedan dentro (círculo). Esto es, deberán trazar un círculo cuya circunferencia se encuentre a 3 cm del centro.

Puede preguntar a los alumnos dónde estarán ubicadas las casas que reciben la señal de radio. La respuesta podrá ser cualquier punto dentro del círculo o sobre la circunferencia.

Otra posibilidad es preguntarles dónde se localizan las casas más alejadas que reciben la señal de la antena. En este caso la respuesta deberá comprender sólo los puntos que se encuentran en el perímetro del círculo, es decir, en la circunferencia.

En el momento de la confrontación es importante verificar que les queden claros los conceptos de *circunferencia* y *círculo*.

- La *circunferencia* es el conjunto de puntos que está a la misma distancia de otro punto llamado *centro*, que no pertenece a la circunferencia.
- El *círculo* está formado por la circunferencia y toda la parte interior.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen la relación entre las medidas del radio y el diámetro, así como la existente entre la medida del radio y la de cualquier segmento que une el centro con un punto interior del círculo.

Consigna

Organizados en equipo, utilicen los círculos de papel del material recortable (página 203) para hacer lo que se indica enseguida.

1. Tomen un círculo y dóblenlo por la mitad. Luego desdóblenlo y marquen con rojo la línea. Ésta es el diámetro, escriban su nombre sobre la línea.
 - a) ¿Cuántos diámetros tiene una circunferencia?

 - b) Expliquen por qué el diámetro de una circunferencia también es un eje de simetría.

 - c) ¿Cuántos ejes de simetría tiene un círculo?

2. Tomen otro círculo y ubiquen el centro de la circunferencia. Después, respondan las siguientes preguntas.
 - a) ¿Cuánto mide el radio de la circunferencia?

 - b) ¿Cuánto mide el diámetro de la circunferencia?

Contenido

Distinción entre círculo y circunferencia; su definición y diversas formas de trazo. Identificación de algunos elementos importantes como radio, diámetro y centro.

c) ¿Qué relación hay entre radio y diámetro?

3. Marquen con rojo la circunferencia en el tercer círculo y ubiquen el centro.

a) Tracen un radio y anoten cuánto mide.

b) Marquen cinco puntos que estén a diferente distancia del centro, pero dentro del círculo. Midan la distancia del centro a cada uno de esos puntos y anótenla.

c) ¿Alguna distancia de las que encontraron en el inciso anterior es mayor que la medida del radio?

¿Por qué creen que sucede esto?



Quinto grado | 175

Consideraciones previas

Es necesario tener recortados tres círculos para cada equipo, con la finalidad de que no se pierda el tiempo en esta tarea.

Aunque se use indistintamente *círculo* y *circunferencia* para nombrar esta figura geométrica, es necesario que los alumnos tengan claros ambos conceptos.

Circunferencia. Es el conjunto de todos los puntos del plano que equidistan (o que están a igual distancia) de un mismo punto llamado centro de la circunferencia.

Círculo. Es la figura plana formada por una circunferencia más toda su región o área interior.

La primera actividad introduce el término *diámetro* como un eje de simetría de un círculo (o de la circunferencia), al mismo tiempo que se identifica como el segmento que divide el círculo en dos partes iguales. Se espera, además, que el alumno concluya que un círculo tiene un número infinito de diámetros y que todos tienen la misma medida.

La segunda actividad pretende que el alumno explore la manera de encontrar el centro en un círculo de papel, lo cual le facilita el trabajo, pues debe doblar el círculo por dos de sus diámetros y el punto donde se cortan representa el centro. En esta actividad, el alumno deberá concluir que la medida del radio es siempre la mitad de la del diámetro.

En la actividad 3, se espera que el alumno concluya que el radio es el segmento más largo que va del centro hacia la circunferencia.

Materiales

Por equipo:

- Círculos (material recortable del libro del alumno, página 203).
- Lápices de colores.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos apliquen los conceptos de *radio*, *diámetro* y *centro* para resolver problemas.

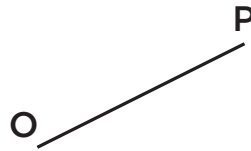
Contenido

Distinción entre círculo y circunferencia; su definición y diversas formas de trazo. Identificación de algunos elementos importantes como radio, diámetro y centro.

Consigna

Por equipo, busquen una manera de trazar lo que se indica en cada caso. En todos los trazos utilicen sus instrumentos geométricos.

1. Trazen un círculo cuyo radio sea el segmento OP.



2. Trazen un círculo cuyo diámetro sea el segmento AB.

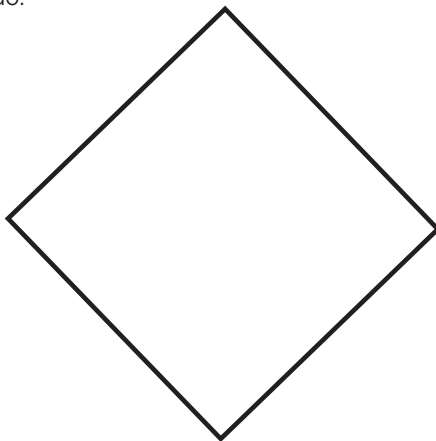


3. Tracen cuatro círculos tomando en cuenta las siguientes medidas. Coloreen la circunferencia del color que prefieran.

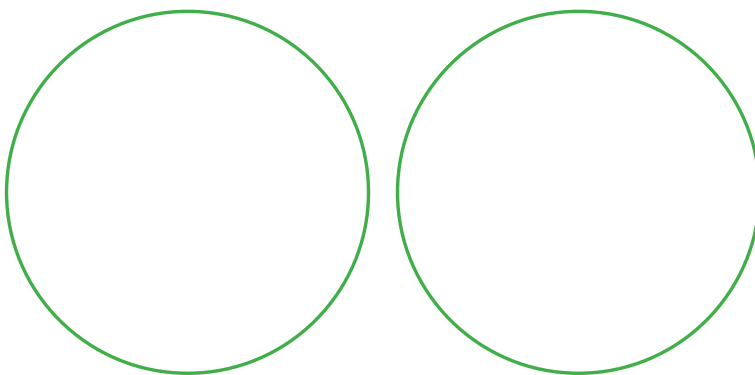
- a) Radio: 3.5 cm
- b) Diámetro: 9 cm
- c) Diámetro: 6 cm
- d) Radio: 2 cm



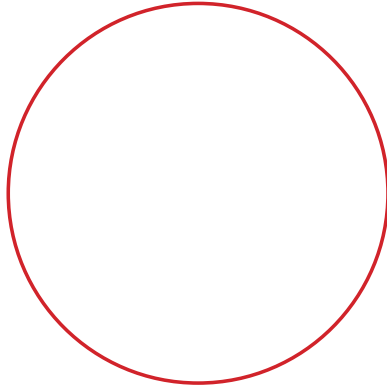
4. Tracen una circunferencia que pase por los cuatro vértices del cuadrado.



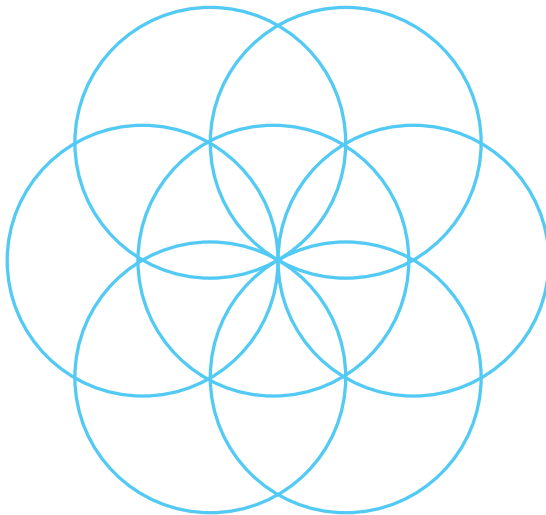
5. En el primer círculo, tracen un rectángulo cuyos vértices estén sobre su circunferencia. En el segundo círculo, tracen un triángulo cuyos vértices también estén sobre su circunferencia.



6. Encuentren el centro de la siguiente circunferencia.



7. Reproduzcan la siguiente figura.



Consideraciones previas

Desde el primer problema, los alumnos se verán en la necesidad de utilizar las relaciones estudiadas en los desafíos anteriores.

En el primero se espera que no tengan dificultad, pues se les proporciona la medida del radio y sólo tendrán que asociarla con la abertura del compás para trazar el círculo. Deben tener claro que cualquiera de los dos extremos puede ser el centro.

En el segundo problema la dificultad es ubicar el centro del círculo, lo cual lograrán al medir el segmento y obtener su punto medio, puesto que se trata del diámetro. El tercer problema tiene la finalidad de que retomen las dos estrategias anteriores.

En el problema 4 habrá que observar qué estrategia ponen en juego, pues seguramente muchos creerán que si abren el compás a la medida de un lado del cuadrado podrán trazar el círculo. Habrá que dejarlos experimentar para que ellos mismos observen que el círculo no pasa por los vértices, pues es más chico que el cuadrado; otro procedimiento que podrían seguir es abrir el compás del tamaño de una diagonal, es decir, que consideren la distancia entre un vértice y otro no consecutivo, lo cual hará que obtengan un círculo muy grande que no pasa por los vértices del cuadrado. La estrategia que permite resolverlo consiste en trazar las dos diagonales del cuadrado, el punto donde se cortan es el centro de la circunferencia pedida. Si a los alumnos no se les ocurre, se puede mencionar.

El problema 5 tiene un gran número de soluciones, pues existen varios rectángulos y triángulos que se pueden trazar dentro de los círculos, de manera que sus vértices estén sobre la circunferencia. Después de que resuelvan este ejercicio, se pueden plantear preguntas como: ¿qué tipo de triángulo pudieron trazar? ¿Todos los triángulos que se pueden trazar con esa condición son *acutángulos*? ¿Se pueden trazar *triángulos obtusángulos*? ¿Se puede trazar un triángulo rectángulo que cumpla con esa condición? ¿Se puede trazar un triángulo equilátero? ¿Se puede trazar un cuadrado que cumpla con la misma condición?

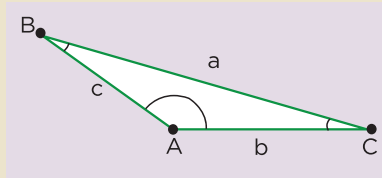
Para el problema 6 pueden seguir diferentes procedimientos. Como en el desafío anterior concluyeron que el punto donde se cortan dos diámetros es el centro, es probable que algunos tracen dos diámetros y encuentren el centro. Este procedimiento es erróneo porque para trazar los diámetros necesitamos identificar antes el centro, y ése es precisamente el problema que se desea resolver. El doblado de papel es una forma empírica de obtener el diámetro, pero no puede trasladarse a los trazos, así que tal vez algunos decidan calcar y recortar la figura. Con base en los problemas anteriores, podrían resolver éste. Por ejemplo, para trazar un rectángulo no necesitan saber dónde está el centro pero, cuando ya lo tienen, pueden trazar sus diagonales, cuyo punto de intersección será el centro de la circunferencia.

Si algún equipo no puede resolver este problema, se puede intervenir con preguntas de reflexión; por ejemplo: cuando trazaste la circunferencia alrededor del cuadrado, ¿cómo le hiciste?, ¿te podría servir eso para resolver este problema?

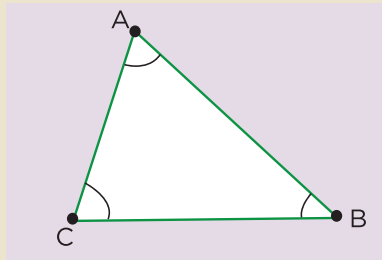
Finalmente, se les pide reproducir una figura con varias circunferencias que tienen puntos en común y en la cual tendrán que combinar los razonamientos hechos antes.

Conceptos y definiciones

Un *triángulo obtusángulo* es aquel que tiene un ángulo mayor de 90° .



Un *triángulo acutángulo* es aquel que tiene todos sus ángulos menores de 90° .



Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen puntos o lugares basándose en un sistema de referencia distinto a las coordenadas cartesianas.

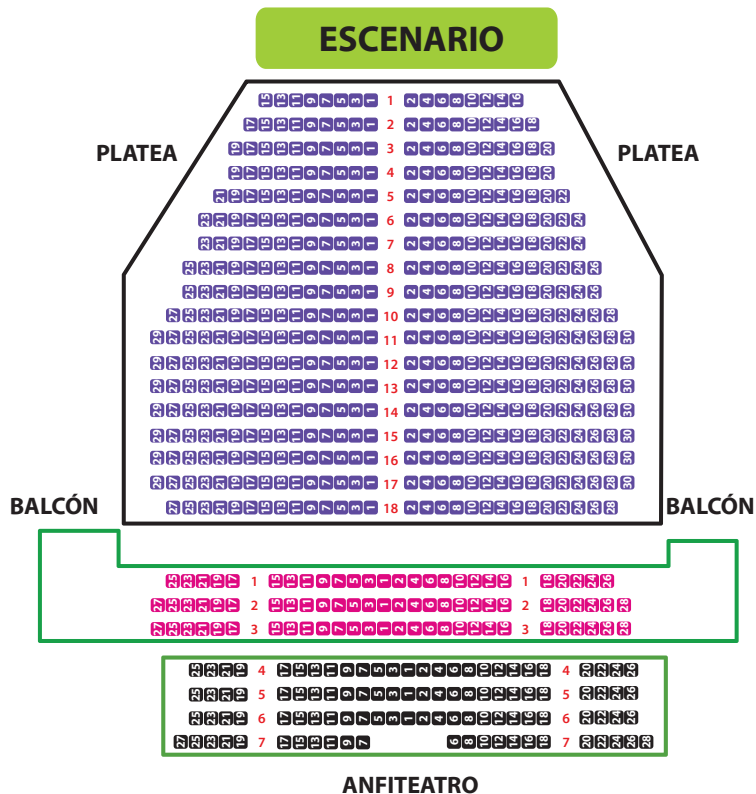
Contenido

Interpretación de sistemas de referencia distintos a las coordenadas cartesianas.

Consigna

En parejas, resuelvan el siguiente problema.

Diego invitó a sus primos Joel, Ixchel y Vanesa a un concierto. Los boletos que compró corresponden a la sección platea del teatro, pero no les tocó sentarse juntos. El siguiente plano representa las diferentes secciones de asientos.



a) Tachen los lugares donde deberán sentarse, según las indicaciones de los boletos.

- El lugar de Diego está en la fila 13, asiento 7.
- El lugar de Ixchel está en la fila 8, asiento 4.
- El lugar de Vanesa está en la fila 12, asiento 5.
- El lugar de Joel está en la fila 17, asiento 3.

b) ¿Todos se sentaron del mismo lado del teatro?

c) Expliquen brevemente cómo es la distribución de asientos en esta sección del teatro.

d) ¿La distribución de los asientos en las tres secciones es la misma? Expliquen su respuesta.

e) ¿Cuál es la sección más cercana al escenario?

f) Piensen en algún concierto de música al que les gustaría asistir. Elijan 5 asientos donde les gustaría estar si el concierto fuera en este teatro.



Consideraciones previas

Es importante permitir que los alumnos exploren el plano para que se familiaricen con este tipo de representaciones y se enfrenten con obstáculos similares a los que experimenta una persona que consulta por primera vez un plano de este tipo.

Para realizar lo que se pide en el primer punto, deberán identificar las referencias que tienen para ubicar los asientos. En cuanto a la pregunta, deberán comprender que la parte llamada *platea* está dividida por un pasillo en dos secciones, por lo que tres lugares quedaron de un lado y uno del otro lado. Además, podrán observar que los lugares pares se ubican del lado derecho del teatro y los nones del lado izquierdo.

Por otra parte, cuando analicen la distribución de lugares en las tres secciones, se darán cuenta de que en la sección llamada *balcón* sólo hay tres filas de frente al escenario, y los asientos en ellas se distribuyen de manera semejante a la platea, sólo que no hay un pasillo que separe los asientos pares de los nones, pero sí dos espacios (uno a la derecha y otro a la izquierda) donde también se ubican algunos asientos. En la sección llamada *anfiteatro* se tiene una distribución semejante a la del balcón.

La elección de cinco asientos servirá para que se den cuenta de que es necesario señalar sección, fila y asiento para ubicar los lugares, pues de otra manera no podría precisarse cuáles son los asientos elegidos.

Este tipo de actividades permitirá que el alumno se ubique en un plano ya elaborado y entienda cuáles referencias son las necesarias para precisar su ubicación.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos establezcan un sistema de referencia que les permita ubicar puntos en un plano cuadrículado.

Consigna

Reúnanse en parejas para jugar Batalla aérea, para ello utilicen el material recortable (páginas 195 a 201). Este juego consiste en derribar los aviones del tablero de su compañero al mencionar diferentes posiciones en las que pueden estar ubicados.

- a) Cada uno tendrá un tablero con aviones colocados en lugares diferentes. No deben permitir que su compañero lo vea.
- b) Quien empiece deberá mencionar la posible ubicación de un avión en el tablero de su compañero. Si le atina, su compañero tachará el avión en su tablero y será su turno para adivinar.
- c) Para decir en qué casilla se encuentra el avión deberán ponerse de acuerdo en cómo ubicarán la posición de los aviones.
- d) Ganará quien derribe primero todos los aviones de su contrin-cante.

**Contenido**

Interpretación de sistemas de referencia distintos a las coordenadas cartesianas.

Consideraciones previas

Materiales

Por pareja:

- Un tablero diferente cada uno (material recortable del libro del alumno, páginas 195 a 201).
- Aviones.

Para la realización de este juego, es importante que indique a cada alumno con qué tablero jugará, a fin de que cada integrante de la pareja tenga uno distinto.

Es importante escuchar qué decisión toman acerca de cómo indicar la posición del avión en el tablero, ya que ambos lados tienen las mismas letras.

Cuando mencionen las letras de ubicación, habrá que fijarse en cuál fue el criterio que eligieron; de ser necesario puede intervenir con preguntas; por ejemplo, si dicen que el avión está en el lugar A, C, se les puede preguntar: ¿decir A, C es lo mismo que decir C, A?, ¿cuál es la diferencia? ¿Cómo saben cuál corresponde a las letras que están en el eje vertical y cuál a las que están en el horizontal?

Para cerrar esta actividad, además de señalar quién fue el ganador en cada equipo, habrá que preguntarles cuál fue el criterio que acordaron para identificar los lugares de los aviones en cada pareja. Seguramente habrá diferentes criterios, por lo que se debe plantear la necesidad de que todos establezcan un mismo criterio y con base en él realicen en otro momento el mismo juego.

Una variante consiste en darles la cuadrícula en blanco y que sean ellos quienes ubiquen sus aviones para que su compañero trate de adivinar, cuidando que se pongan de acuerdo en la cantidad de aviones que tendrán.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que impliquen utilizar la regla de correspondencia “ n de cada 100” como constante.

Consigna

En parejas, resuelvan los siguientes problemas.

1. En una tienda de autoservicio por cada \$100 de compra te regalan \$8 en dinero electrónico. Con base en lo anterior, determinen cuánto regalarán en dinero electrónico para cada compra de la siguiente tabla.

Total en compras	Dinero electrónico
\$100	\$8
\$200	
\$250	
\$300	
\$400	
\$450	

2. Por cada \$100 de venta, el dueño de la tienda obtiene una ganancia de \$25. Si el total de ventas en una hora fue de \$25 000, ¿de cuánto fue la ganancia para el dueño?

Contenido

Relación del tanto por ciento con la expresión “ n de cada 100”. Relación de 50%, 25%, 20%, 10% con las fracciones $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$, respectivamente.



Consideraciones previas

Es probable que los alumnos no comprendan lo que significa *dinero electrónico*; si es así, sería conveniente comentar que el dinero electrónico es el creado, cambiado y gastado de forma electrónica. Esto es, que algunas tiendas han implantado el uso de una tarjeta donde depositan los descuentos que hacen a la mercancía que ponen de oferta para que el cliente pueda usarlos a modo de dinero en compras posteriores. Hay que aclararles que no pueden convertirlo en efectivo, sólo en las compras que realicen en la misma tienda.

Anteriormente los alumnos han calculado valores para cantidades que varían proporcionalmente, a través del concepto de dobles, triples, mitad, etcétera, por lo que en este caso es válido que recurran a este procedimiento, o bien puedan pensar en otro. El procedimiento más sencillo y que con seguridad saldrá es:

- Si por \$100 te abonan \$8, entonces por el doble (\$200) te abonarán también el doble: \$16.
- Como \$50 es la mitad de \$100, entonces te abonarán la mitad de lo que abonan por \$100: (\$4).

Es importante resaltar el hecho de que estas propiedades se cumplen en toda relación de proporcionalidad directa.

Otro procedimiento es multiplicar la cantidad comprada por la cantidad abonada por cada \$100 y el resultado dividirlo entre 100, con lo que obtendrán la cantidad que se les dará en dinero electrónico. Por ejemplo:

$$\begin{aligned} 200 \times 8 &= 1600 \text{ y } 1600 \div 100 = 16 \\ 250 \times 8 &= 2000 \text{ y } 2000 \div 100 = 20 \end{aligned}$$

En el segundo problema es probable que los alumnos recurran a una tabla de proporcionalidad parecida a la anterior. Sin embargo, se espera que no tengan necesidad de alargarla hasta escribir todos los valores de 100 en 100, sino que encuentren alguna estrategia que les permita abreviar el camino para encontrar la respuesta. Una de estas estrategias puede ser: si de cada \$100 corresponden \$25 de ganancia, entonces 10 veces 100 es 1000, así que 10 veces 25 serán 250. Y como 25 000 equivale a 25 veces 1000, entonces 25 veces 250 es 6250.

En caso de que tengan dificultades, se les puede ayudar con preguntas que los hagan pensar en pasos anteriores a la solución.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que impliquen convertir razones en otras equivalentes, cuyo antecedente sea 100.

Consigna

Organizados en parejas, resuelvan los problemas y justifiquen su respuesta.

1. En la tienda Doña Paty hacen un descuento de \$3 por cada \$20 de compra, y en la tienda El Amoroso ofrecen un descuento de \$6 por cada \$50 de compra. ¿En cuál de las dos tiendas conviene comprar?

¿Por qué?

2. En una panadería dan siete panes por \$15 y en otra panadería dan cuatro panes por \$7. ¿Dónde conviene comprar el pan?

¿Por qué?

3. Una tienda anunció una oferta de dos suéteres por el precio de uno y otra tienda anunció los mismos suéteres con el mismo precio, pero con una rebaja de 50%. ¿En qué tienda conviene comprar y por qué?

Contenido

Relación del tanto por ciento con la expresión “ n de cada 100”. Relación de 50%, 25%, 20%, 10% con las fracciones $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$, respectivamente.

Consideraciones previas

Es muy probable que los alumnos resuelvan el primer problema apoyándose en tablas de proporcionalidad, donde ponen en práctica algunas propiedades duplicando, triplicando o multiplicando los datos de un renglón; incluso calculando mitades o sumando los datos de dos o más renglones para calcular los valores faltantes.

Dependiendo de la cantidad de cálculos que realicen, resultarán tablas con más o menos renglones para diferentes cantidades de compras y sus correspondientes descuentos, hasta determinar el descuento correspondiente a \$100 de compra para cada tienda, pues es en esta cantidad donde las dos tablas permiten hacer fácilmente la comparación.

El amoroso	
Descuento	Compra
\$6.00	\$50.00
\$12.00	\$100.00

Doña Paty	
Descuento	Compra
\$3.00	\$20.00
\$6.00	\$40.00
\$12.00	\$80.00
\$15.00	\$100.00

Es evidente que conviene comprar en la tienda Doña Paty, ya que en ella descuentan \$15 por cada \$100, mientras que en la otra descuentan \$12 por cada \$100.

El problema 2 es muy semejante a éste; los alumnos intentarán obtener el precio de una pieza de pan, lo cual no es muy fácil debido a los números que se manejan; así que podrían recurrir al siguiente razonamiento: “Si compro en la panadería 2 el doble de pan (8 piezas) y me cuesta \$14, mientras que en la panadería 1 me dan 7 piezas por \$15, entonces me conviene la panadería 2”.

El tercer problema permite que los alumnos interpreten la información donde comúnmente se usa este tipo de expresiones.

Puesto que en la primera tienda se anuncia la venta de 2 X 1, se puede considerar que cada suéter cuesta la mitad de su precio. Esto mismo sucede en la segunda tienda; puesto que la rebaja es de 50%, los suéteres costarán la mitad de su precio. Aquí lo más interesante es analizar los argumentos que den los alumnos para justificar por qué conviene más comprar en una tienda que en otra. Un argumento puede basarse en que en la primera tienda los suéteres cuestan la mitad de su precio, pero hay que comprar obligatoriamente dos, en cambio, en la segunda tienda se puede comprar sólo uno. Lo más importante es que en el momento de la confrontación expliquen cómo resolvieron el problema.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos, a partir de la resolución de problemas, relacionen la escritura $n\%$ con la expresión “ n de cada 100”.

Consigna

En equipo, observen los siguientes descuentos de una tienda comercial que festeja su aniversario. Posteriormente, contesten lo que se pide.



1. ¿Saben cómo se lee el signo % y qué significa? Coméntenlo con sus compañeros.

2. Si un descuento de 20% significa que por cada \$100 de compra se descuentan \$20, ¿qué significan los descuentos de 10%, de 25% y de 50%?

Contenido

Relación del tanto por ciento con la expresión “ n de cada 100”.
 Relación de 50%, 25%, 20%, 10% con las fracciones $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$, respectivamente.

3. De acuerdo con lo anterior, determinen el precio con descuento de cada uno de los siguientes artículos.

Artículo	Descuento	Precio con descuento
Playera	10%	
Pantalón	50%	
MP3	25%	
Balón	20%	

4. ¿A cuánto equivale 35% de descuento en una compra de \$400?
- _____
5. ¿Qué significa que en una compra te ofrezcan 45% de descuento?
- _____
6. Si se compran dos pantalones, dos playeras y un balón, ¿el descuento será de más de 100%?
- _____

Expliquen su respuesta.



Consideraciones previas

Es importante comentar con todo el grupo los significados de los descuentos de 10%, 20%, 25% y 50%, para que los alumnos relacionen la escritura $n\%$ con la expresión “ n de cada 100”.

En el caso de 25%, 15%, 35%, etcétera, los alumnos pueden recurrir a la estrategia de calcular 10% y la mitad de lo obtenido representará 5%.

La última pregunta tiene el propósito de que los alumnos se den cuenta de que en situaciones como la planteada no es correcto sumar los porcentajes y mucho menos pensar que pueda haber descuentos mayores a 100%. Para ayudarlos puede preguntarles: ¿qué significaría que un descuento fuera de 100%? ¿Qué significaría que fuera de más de 100%?

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos, a partir de la resolución de problemas, relacionen los porcentajes 50, 25, 20 y 10% con sus representaciones en forma de fracción con denominador 100 y en forma simplificada.

Contenido

Relación del tanto por ciento con la expresión “*n* de cada 100”.

Relación de 50%, 25%, 20%, 10% con las fracciones $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$, respectivamente.

Consigna

En equipo, hagan lo que se indica.

1. Cuando los almacenes venden productos a plazos, hacen un cargo extra de acuerdo con la cantidad de pagos que haga el comprador.

El empleado de un almacén está calculando los cargos extra que se harán a algunos artículos. Ayúdenlo a completar las siguientes tablas.

Precio base	Cargo extra de 10%	Precio base	Cargo extra de 20%
\$80	\$8	\$50	
\$50		\$500	
\$800	\$80	\$900	\$180
	\$60		\$200
	\$120		\$320

Precio base	Cargo extra de 25%	Precio base	Cargo extra de 50%
\$50		\$50	
\$180		\$1800	
\$600	\$150	\$2800	\$1400
	\$25		\$600
\$400			\$120

2. Si 25% se representa con la fracción $\frac{25}{100}$, o bien, de manera simplificada con $\frac{1}{4}$, completen la tabla.

Porcentajes	n/100	Fracción simplificada
25%	$\frac{25}{100}$	$\frac{1}{4}$
	$\frac{20}{100}$	
		$\frac{1}{2}$
10%		

3. Si la mitad de una cantidad es 50%, ¿qué parte de la cantidad es 10%, 20%, 25% y 75%?

Utilicen estas relaciones para verificar los cálculos que hicieron al principio de la actividad.



Consideraciones previas

Dado que ya conocen la razón “ n de cada 100” expresada en porcentaje, basta con aplicar las propiedades de una relación de proporcionalidad para resolver el problema 1, aunque es importante analizar los procedimientos utilizados.

Quizá los alumnos tengan algunas dificultades en los porcentajes de cantidades menores de 100; sin embargo, se espera que puedan hacer los cálculos duplicando, triplicando o calculando mitades; por ejemplo, para calcular 25% de 50, primero calculen 25% de 100 y después dividan a la mitad.

Mientras los alumnos completan las tablas, es importante observar y escuchar lo que hacen, con la finalidad de que en el momento de la confrontación se explicita el tipo de relaciones que establecieron para afirmar o negar algo y de que los demás analicen las estrategias de sus compañeros y las comparen con las que llevaron a cabo.

En los problemas 2 y 3 deben identificar la representación fraccionaria de los porcentajes estudiados. Así, tendrán un recurso más para realizar los cálculos; por ejemplo, para calcular 25% de una cantidad basta con obtener la cuarta parte de ésta; la décima parte, si se trata de 10%, etcétera.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que impliquen obtener la media aritmética (promedio), como un valor representativo.

Consigna

En parejas, resuelvan los siguientes problemas.

- Ernesto, Joaquín, Sara y Elisa están concursando por una beca para estudiar. Quien obtenga mínimo 8.2 de promedio obtendrá la beca. En la siguiente tabla se muestran las calificaciones que han obtenido en los cuatro bimestres.

	Primer bimestre	Segundo bimestre	Tercer bimestre	Cuarto bimestre	Quinto bimestre
Ernesto	7	8	8	8	
Joaquín	8	7	8	9	
Sara	8	9	8	8	
Elisa	7	8	8	9	

- Hasta el cuarto bimestre, ¿quién tiene posibilidades de obtener la beca?

- ¿Qué calificación como mínimo necesita obtener cada uno en el quinto bimestre para que le den la beca?

Ernesto: _____

Joaquín: _____

Sara: _____

Elisa: _____

Contenido

Cálculo de la media (promedio).
Análisis de su pertinencia respecto a la moda como dato representativo en situaciones diversas.

2. Un objeto pequeño se pesa con el mismo instrumento por 10 estudiantes de una clase, y se obtienen los siguientes valores en gramos.

62, 60, 59, 64, 59, 62, 61, 62, 60, 61.

a) ¿Cuál es el peso mayor?

b) ¿Cuál es el peso menor?

c) ¿Cuál sería la mejor estimación del peso real del objeto?



Consideraciones previas

Los alumnos aprenden a muy temprana edad a calcular el promedio de sus calificaciones y lo van extendiendo a varios ámbitos.

Es por esto que el primer problema se apoya en la necesidad de conocer el promedio de un conjunto de calificaciones y además se les pide que analicen qué calificación deberán obtener para alcanzar la beca. Este ejercicio se hace comúnmente, pues cuando se tiene una meta por alcanzar y se posee información anterior, siempre se realiza un cálculo de lo que falta para alcanzarla.

En este caso, los alumnos se podrán dar cuenta de que Ernesto es quien necesita una calificación mayor para alcanzar el promedio necesario y obtener la beca; en cambio, Sara es quien se encuentra más cerca de obtenerla.

En el segundo problema no se les pide que calculen el promedio, sino que establezcan una forma para determinar la cantidad que representaría mejor el peso de un objeto. Algunos alumnos podrían señalar que 62 es la cantidad correcta, pues hay tres alumnos que obtuvieron esa medida. Sin embargo, se les puede preguntar si realmente esta cantidad es representativa, ya que uno obtuvo 64 y otros dos 59. El propósito es establecer cuándo el promedio de un conjunto de datos puede ser representativo de ellos.

Es importante aclarar que la media aritmética también se conoce como *promedio* o simplemente *media*.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos determinen la pertinencia de la moda o de la media aritmética para representar un conjunto de valores.

Contenido

Cálculo de la media (promedio).
Análisis de su pertinencia respecto a la moda como dato representativo en situaciones diversas.

Consigna

En parejas, resuelvan los siguientes problemas.

En la ciudad de Atlixco, Puebla, existen tres empresas textiles, de las cuales se tomó una muestra de 15 empleados de cada una para investigar sus salarios en pesos. La siguiente tabla muestra los resultados.

Empleado	Textiles del Pacífico (\$)	Textiles del Golfo (\$)	Textiles del Caribe (\$)
1	500	600	500
2	700	600	800
3	700	600	1400
4	800	600	1400
5	800	600	1400
6	1000	600	1400
7	1000	900	1400
8	1000	900	1400
9	1000	1000	1400
10	2000	1000	1600
11	2000	1500	1600
12	2000	2000	1600
13	4000	2000	1600
14	5000	2600	2000
15	5000	7000	2000

Con los datos anteriores determinen la moda y la media de los salarios de cada empresa textil. Pueden utilizar su calculadora. Luego contesten las preguntas.

Empresa textil	Moda	Media
Textiles del Pacífico		
Textiles del Golfo		
Textiles del Caribe		

a) ¿En qué empresas la media es representativa de los sueldos de los empleados?

b) ¿Y en cuáles la moda?

Consideraciones previas

Los alumnos ya habían aprendido cómo obtener la moda de un conjunto de datos, pero si lo olvidaron se les puede ayudar a recordarlo.

Por lo general, los alumnos buscan obtener el promedio en cualquier situación y considerarla como media representativa. Sin embargo, existen muchos casos donde el promedio o media pueden provocar una idea errónea.

Es importante tener presente que la media o promedio resulta representativo de un conjunto de valores cuando la distribución de éstos es aproximadamente simétrica, es decir, hay poca dispersión entre los datos. Cuando los valores son muy diferentes, es decir, existe mucha dispersión entre ellos, la moda puede ser el valor más representativo de ellos.

Se sugiere pedir a los alumnos que argumenten su respuesta. Esto permitirá que conversen acerca de si es conveniente decir que en una empresa la mayoría de los empleados gana cierta cantidad representada por la moda o decir que el sueldo de la mayoría está representado por el promedio.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?